# OPTIMASI STRATEGI DALAM MERAIH PANGSA PASAR KEDAI MIE DENGAN METODE KESEIMBANGAN NASH (Studi Kasus pada Mahasiswa Jurusan Matematika Universitas Brawijaya)

**SKRIPSI**


Oleh :

**ARY MULIYANDA**

**155090401111026**



**JURUSAN MATEMATIKA**

**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**

**UNIVERSITAS BRAWIJAYA**

**MALANG**

**2019**

# OPTIMASI STRATEGI DALAM MERAIH PANGSA PASAR KEDAI MIE DENGAN METODE KESEIMBANGAN NASH
**(Studi Kasus pada Mahasiswa Jurusan Matematika Universitas Brawijaya)**

**SKRIPSI**

Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Matematika

Oleh :

**ARY MULIYANDA**
**155090401111026**

**JURUSAN MATEMATIKA**
**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**
**UNIVERSITAS BRAWIJAYA**
**MALANG**
**2019**

**LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI**

**OPTIMASI STRATEGI DALAM MERAIH PANGSA PASAR KEDAI MIE DENGAN METODE KESEIMBANGAN NASH (Studi Kasus pada Mahasiswa Jurusan Matematika Universitas Brawijaya)**

**oleh:**
**ARY MULIYANDA**
**155090401111026**

**Setelah dipertahankan di depan Majelis Penguji pada tanggal 04 Juli 2019 dan dinyatakan memenuhi syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika**

**Pembimbing**

**Prof. Dr. Agus Widodo, M.Kes.**
**NIP. 195305231983031002**

**Mengetahui,**
**Ketua Jurusan Matematika**
**Fakultas MIPA Universitas Brawijaya**

**Ratno Bagus Edy Wibowo, S.Si.,M.Si, Ph.D.**
**NIP. 197509082000031003**

**LEMBAR PERNYATAAN**

**Saya yang bertanda tangan di bawah ini:**

| | | |
|---|---|---|
| **Nama** | **:** | **Ary Muliyanda** |
| **NIM** | **:** | **155090401111026** |
| **Skripsi berjudul** | **:** | **Optimasi Strategi dalam Meraih Pangsa Pasar Kedai dengan Metode Keseimbangan Nash ( Studi Kasus pada Mahasiswa Jurusan Matematika Universitas Brawijaya)** |

**dengan ini menyatakan bahwa:**

1. **Isi Skripsi yang saya buat adalah benar-benar karya sendiri dan tidak menjiplak karya orang lain, nama-nama yang termasuk di isi dan tertulis di Daftar Pustaka dalam Skripsi ini hanya sebagai refrensi.**
2. **Apabila di kemudian hari ternyata Skripsi yang saya tulis terbukti hasil jiplakan, maka saya bersedia menanggung segala risiko yang akan saya terima. Demikian pernyataan ini dibuat dengan penuh kesadaran.**

**Malang, 04 Juli 2019**
**yang menyatakan,**

**Ary Muliyanda**
**NIM 155090401111026**

## KATA PENGANTAR

Puji syukur ke hadirat Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul **OPTIMASI STRATEGI DALAM MERAIH PANGSA PASAR KEDAI MIE DENGAN METODE KESEIMBANGAN NASH (Studi Kasus pada Mahasiswa Jurusan Matematika Universitas Brawijaya)** dengan baik dan lancar. Shalawat serta salam selalu tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW sebagai suri teladan bagi penulis.

Skripsi ini tidak dapat diselesaikan dengan baik tanpa bantuan, bimbingan, dan motivasi dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan terimakasih kepada:

1. Prof. Dr. Agus Widodo, M.Kes. selaku dosen pembimbing atas segala bimbingan, motivasi, bantuan, saran, dan kesabaran yang telah diberikan selama penulisan skripsi ini.
2. Drs. Imam Nurhadi Purwanto, MT dan Dr. Sobri A., MT selaku dosen penguji atas segala kritik dan saran yang diberikan untuk perbaikan skripsi ini.
3. Drs. Marsudi, MS. selaku dosen pembimbing akademik yang selalu memberikan motivasi dan bimbingan selama penulis menempuh kuliah.
4. Dr. Isnani Darti, S.Si., M.Si selaku Ketua Program Studi Matematika yang selalu memberikan motivasi kepada penulis untuk menyelesaikan skripsi ini tepat waktu.
5. Ratno Bagus Edy Wibowo, S.Si., M.Si., Ph. D. selaku Ketua Jurusan Matematika atas segala bantuan yang diberikan.
6. Segenap dosen dan staf Jurusan Matematika atas ilmu dan pengalaman yang sangat bermanfaat bagi penulis.
7. Ayah (Asril), Ibu (Alm. Arsida Ulfani), Adik-adik (Vicky Surya Pratama dan Frevi Gita Aulia), Kakak (Febby Yandra) serta seluruh keluarga besar atas segala doa, bantuan, dukungan, dan semangat yang tiada henti diberikan selama ini kepada penulis.

8. Hafizh Iman Naufal yang telah memberikan bimbingan dan pembelajaran menggunakan *software* R.
9. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

Semoga Allah SWT senantiasa memberikan anugerah dan barokah-Nya kepada semua pihak yang telah membantu menyelesaikan skripsi ini. Penulis menyadari bahwa dalam penulisan skripsi ini masih terdapat kekurangan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran yang bersifat membangun. Kritik dan saran yang diberikan dapat disampaikan melalui email ke alamat arymuliyanda17@gmail.com. Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi berbagai pihak, serta menjadi inspirasi bagi penulis skripsi selanjutnya.

Malang, 04 Juli 2019

Penulis

**OPTIMASI STRATEGI DALAM MERAIH PANGSA PASAR KEDAI MIE DENGAN METODE KESEIMBANGAN NASH (Studi Kasus pada Mahasiswa Jurusan Matematika Universitas Brawijaya)**

## ABSTRAK

Industri kuliner merupakan sektor strategis bagi perkembangan ekonomi Indonesia. Kota Malang merupakan salah satu kota yang memiliki potensial tinggi untuk berbisnis dalam bidang kuliner dan yang sedang berkembang pesat di kota Malang adalah kedai mie. Teori Permainan adalah suatu pendekatan matematis untuk merumuskan situasi persaingan antar kedai mie agar dapat menentukan strategi yang optimal untuk meraih pangsa pasar di kalangan mahasiswa. Salah satu metode dalam teori permainan adalah keseimbangan Nash. Kedai mie yang menjadi pilihan adalah Kedai A, Kedai C, dan Kedai B. Menentukan nilai keseimbangan Nash selanjutnya menyelesaikan matriks *payoff* dengan bantuan *software* R. Kemudian diselesaikan dengan keseimbangan Nash murni atau campuran. Sehingga diperoleh nilai ekspektasi *payoff* dan strategi optimal. Strategi optimal yang diperoleh salah satu pasangan persaingan kedia mie antara Kedai A dan Kedai B yaitu Kedai A adalah harga yang disajikan dan strategi optimal untuk Kedai B adalah memiliki fasilitas yang memadai.

**Kata Kunci:** Teori Permainan, keseimbangan Nash, kedai mie, strategi optimal, *software* R

**STRATEGY OPTIMIZATION IN GAINING MARKET SHARE OF NOODLE SHOPS WITH NASH EQUILIBRIUM METHOD**
**(Case Study on Student of Mathematics Department of Brawijaya University)**

## ABSTRACT

The culinary industry is a strategic sector for Indonesia's economic development. Malang City is one of the cities that has high potential for doing business in the culinary field and the one that is growing rapidly in Malang is the noodle shop. Game Theory is a mathematical approach to formulate a competitive situation between noodle shops in order to determine the optimal strategy to gain market share among students. One of method in game theory is Nash's balance. Noodle outlets that are an alternative are Kober Noodles, Setan Noodles, and Gacoan Noodles. Determining the Nash balance value then completes the payoff matrix with the help of software R. Then it is solved by pure or mixed Nash balance. So that the payoff expectation value and optimal strategy are obtained. The optimal strategy obtained by one of the kedia mie competition pairs between Kober Noodles and Gacoan Noodle namely Kober Noodles is the price presented and the optimal strategy for Gacoan Noodle is to have adequate facilities.

**Keywords**: Game Theory, Nash equilibrium, noodle stalls, optimal strategy, software R

# DAFTAR ISI

## DAFTAR GAMBAR

# DAFTAR TABEL

# BAB I
# PENDAHULUAN

## 1.1. Latar Belakang

Industri kuliner merupakan sektor strategis bagi perkembangan ekonomi Indonesia. Kuliner saat ini tidak hanya untuk memenuhi kebutuhan biologis manusia semata, namun sudah menjadi sebuah gaya hidup baru di kalangan masyarakat. Pertumbuhan kuliner sangat berkembang pesat, semakin diminati oleh masyarakat, kreatif, dan inovatif.

Kota Malang merupakan salah satu kota yang memiliki potensial tinggi untuk berbisnis dalam bidang kuliner. Salah satu bisnis di bidang kuliner yang sedang berkembang pesat di kota Malang adalah kedai mie. Mie merupakan makanan yang paling populer di Asia. Sekitar 40% dari konsumsi tepung terigu di Asia digunakan untuk pembuatan mie. Di Indonesia pada tahun 1990, penggunaan tepung terigu untuk pembuatan mie mencapai 60-70% (Kruger dan Matsuo, 1996). Hal ini menunjukkan bahwa mie merupakan makanan yang paling populer di Asia khususnya Indonesia hingga saat ini. Mie pertama kali dibuat dari bahan baku beras dan tepung kacang-kacangan. Di Indonesia produk mie merupakan makanan yang banyak digunakan sebagai pengganti nasi. Produk mie ini berbahan dasar tepung terigu yang berasal dari tanaman gandum. Pada tahun 2012 impor gandum telah menembus angka 6.3 juta ton. Hingga saat ini sedang marak bermunculan kedai-kedai mie khususnya di kota Malang sehingga menjadi salah satu kuliner wajib dikunjungi jika berwisata di kota ini.

Seiring pertumbuhan bisnis kuliner di kota Malang membuat munculnya berbagai kedai mie di kota Malang diantara lain Kedai A, Kedai B, dan Kedai C. Karena banyaknya kedai mie yang ada di kota Malang mengakibatkan terjadi persaingan yang yang ketat antar kedai untuk meningkatkan mutu dan kualitas yang ditawarkan kepada konsumen. Dengan adanya masalah tersebut maka dilakukan penelitian dengan teori permainan untuk mengetahui strategi pemasaran yang tepat dalam meningkatkan kualitas dan mutu sehingga mampu bersaing.

Teori permainan adalah bagian dari ilmu matematika yang dapat merumuskan situasi seperti konflik, persaingan, dan kerjasama antara pembuat keputusan yang rasional. Emile Borel adalah orang yang mula-mula mengembangkan teori permainan pada tahun 1921. Kemudian, John Von Neuman dan Oskar Morgenstern dalam Straffin (1993) juga mengembangkan lebih lanjut melalui karya yang berjudul *Theory of Games and Economic Behaviour* pada tahun 1944. Sejak tahun 1944, teori permainan perkembangan pusat. Teori ini dikembangkan untuk menganalisa proses pengambilan keputusan dalam situasi persaingan yang melibatkan dua atau lebih kepentingan. Pada teori permainan kepentingan yang terlibat disebut dengan pemain. Adapun pemain yang dimaksud yaitu individu, golongan, instansi, dan pelaku-pelaku ekonomi lainnya. Pada dasarnya setiap pemain memiliki kemampuan dalam menentukan strategi secara bebas dan rasional.

Dalam teori permainan ada berbagai macam metode seperti keseimbangan Nash, Simpleks, Brown,Aljabar Matriks dan lain sebagainya. Skripsi ini mengacu dari journal internasional yang berjudul "*Competition between High-Speed Rail andAirline Based on Game Theory"* ditulis oleh Xiushan Jiang dkk pada tahun 2017 tentang penerapan teori permainan dalam persaingan kereta api dengan maskapai penerbangan. Adapun skripsi terdahulu yang membahas Keseimbangan Nash oleh Divo (2018) dengan judul "Strategi Optimal Memilih Media Sosial dengan Metode Keseimbangan Nash" dan Ningrum (2016) dengan judul Keseimbangan Nash pada Teori Permainan.

Berdasarkan permasalahan diatas, peneliti akan membahas tentang optimasi strategi dalam menguasai pangsa pasar kedai mie di kota Malang menggunakan teori permainan menggunakan metode Keseimbangan Nash dengan studi kasus pada mahasiswa aktif Jurusan Matematika Universitas Brawijaya. Adapaun perbedaan skripsi ini dengan skripsi yang terdahulu yaitu penyelesaian pada skripsi menggunakan *software* R dan secara manual.

## 1.2. Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang, rumusan masalah yang dibahas dalam skripsi adalah bagaimana strategi optimal dan nilai permainan dengan metode keseimbangan Nash yang diperoleh untuk dapat meraih pangsa pasar kedai mie?

## 1.3. Asumsi dan Batasan Masalah

Asumsi yang digunakan pada skripsi ini adalah jenis permainan berjumlah tak nol. Batasan masalah yang digunakan adalah sebagai sebagai berikut.

1. Metode yang digunakan yaitu metode Keseimbangan Nash.
2. Terdapat tiga kedai mie yang menjadi pemain diinisialisasikan dengan kedai A, kedai B, dan kedai C. Mie Kober sebagai kedai A, Mie Gacoan sebagai kedai B, dan Mie Setan sebagai kedai C.
3. Strategi yang digunakan adalah varian menu, fasilitas yang memadai, pelayanan pegawai,waktu kedatangan pesanan dan harga.

## 1.4. Tujuan

Tujuan penulisan skripsi ini adalah untuk menentukan strategi optimal dan nilai permainan dengan metode keseimbangan Nash yang dapat meraih pangsa pasar kedai mie.

# BAB II
# TINJAUAN PUSTAKA

## 2.1 Matriks

Matriks adalah suatu susunan bilangan atau fungsi yang diletakan atas baris dan kolom serta diapit oleh dua kurung siku. Bilangan atau fungsi tersebut disebut entri atau elemen matriks. Suatu matriks dilambangkan dengan huruf besar, sedangkan entri (elemen) dilambangkan dengan huruf kecil. Matriks A = $\left[a_{ij}\right]$ dengan $i = 1, 2, \dots, n$ dan $j = 1, 2, \dots, m$. Karena matriks A mempunyai $m$ baris dan $n$ kolom, maka disebut matriks ordo $m$×$n$.

Contoh:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \tag{2.1}$$

## 2.2 Teori Permainan

Teori permainan (*game theory*) merupakan analisis logis dari situasi konflik dan kerjasama. Situasi dapat disebut sebagai permainan (*game*) apabila terdapat paling tidak dua pemain. Pihak yang disebut pemain bisa individu, perushaan, negara, atau bahkan spesies makhluk hidup. Masing-masing pemain memiliki sejumlah strategi yang akan diambil. Strategi-strategi yang diambil oleh masing-masing pemain menentukan hasil dari permainan. Hasil dari startegi-strategi yang dimainkan dinyatakan dengan angka-angka dalam matriks *payoff* atau biasa disebut matriks permainan (Straffin, 1993). Matriks pembayaran (*payoff matriks*) adalah suatu tabel berbentuk segi empat dengan elemen-elemennya yang merupakan besarnya nilai pembayaran yang bersesuaian dengan strategi yang digunakan oleh kedua belah pihak. Matriks pembayaran untuk permainan berjumlah nol dari dua orang (*two person zero sum game*).

## 2.3 Unsur-unsur dalam Permainan

Menurut Fatchiyah (2011), ada beberapa unsur atau konsep dasar yang sangat penting dalam penyelesaian setiap kasus dengan teori permainan. Berikut penjelasan selengkapnya :

1. Jumlah Pemain

   Permainan diklasifikasikan menurut jumlah kepentingan atau tujuan yang ada dalam permainan tersebut. Dalam hal ini perlu dipahami bahwa pengertian "jumlah pemain" tidak selalu sama artinya dengan "jumlah orang" yang terlibat dalam permainan. jumlah pemain disini berarti jumlah kelompok pemain berdasarkan masing-masing kepentingan atau tujuannya. Dengan demikian, dua orang atau lebih yang mempunyai kepentingan yang sama dapat diperhitungkan sebagai satu kelompok pemain.

2. Ganjaran / *Payoff*

   Ganjaran / *payoff* adalah hasil akhir yang terjadi pada akhir permainan berkenaan dengan ganjaran ini, permainan digolongkan menjadi 2 macam kategori, yaitu permainan jumlah-nol (*zero-sum games*) dan permainan jumlah-bukan-nol (*non-zero-sum games*). Permainan jumlah-nol terjadi jika jumlah ganjaran dari seluruh pemain adalah nol, yaitu dengan memperhitungkan setiap keuntungan sebagai bilangan positif dan setiap kerugian sebagai bilangan negatif. Selain dari itu adalah permainan jumlah bukan nol. Dalam permainan jumlah-nol setiap kemenangan bagi suatu pihak pemain merupakan kekalahan bagi pihak pemain lain. Letak arti penting dari perbedaan kedua kategori permainan berdasarkan ganjaran ini adalah bahwa permainan jumlah-nol adalah suatu sistem yang tertutup, sedangkan permainan jumlah-bukan-nol tidak demikian halnya. Hampir semua permainan pada dasarnya merupakan permainan jumlah-nol. Berbagai situasi dapat dianalisis sebagai permainan jumlah-nol.

3. Strategi Permainan

Strategi permainan dalam teori permainan adalah suatu siasat atau rencana tertentu dari seorang pemain, sebagai reaksi atas aksi yang mungkin dilakukan oleh pemain yang menjadi saingannya. Permainan diklasifikasikan menurut jumlah strategi yang tersedia bagi masing-masing pemain. Jika pemain pertama memiliki $m$ kemungkinan strategi dan pemain kedua memiliki $n$ kemungkinan strategi, maka permainan tersebut dinamakan permainan $m \ x \ n$. Letak arti penting dari perbedaan jenis permainan berdasarkan jumlah strategi ini adalah bahwa permainan dibedakan menjadi permainan berhingga dan permainan tak berhingga. Permainan berhingga terjadi apabila jumlah terbesar dari strategi yang dimiliki oleh setiap pemain berhingga atau tertentu, sedangkan permainan tak berhingga terjadi jika setidak-tidaknya seorang pemain memiliki jumlah strategi yang tak berhingga atau tidak tertentu.

4. Matriks Permainan

Setiap permainan yang dianalisis dengan teori permainan selalu dapat disajikan dalam bentuk sebuah matriks permainan. Matriks permainan disebut juga matriks ganjaran yaitu sebuah matriks yang semua unsur berupa ganjaran dari para pemain yang terlibat dalam permainan tersebut. Baris-barisnya melambangkan strategi yang dimiliki pemain pertama, sedangkan kolom-kolomnya melambangkan strategi yang dimiliki pemain lain. Dengan demikian, permainan berstrategi $m \ x \ n$ dilambangkan dengan matriks permainan $m \ x \ n$. Teori permainan berasumsi bahwa strategi yang tersedia bagi masing-masing pemain dapat dihitung dan ganjaran yang berkaitan dengannya dapat dinyatakan dalam unit, meskipun tidak selalu harus dalam unit moneter. Hal ini penting bagi penyelesaian permainan, yaitu untuk menentukan pilihan strategi yang akan dijalankan oleh masing-masing pemain, dengan menganggap bahwa masing masing pemain berusaha memaksimumkan keuntungannya yang minimum (maksimin) atau meminimumkan kerugiannya yang maksimum (minimaks). Nilai dari suatu permainan adalah ganjaran rata-rata/ ganjaran yang diharapkan dari sepanjang rangkaian permainan, dengan menganggap kedua pemain selalu berusaha memainkan strateginya yang optimum. Secara konvensional, nilai permainan dilihat dari pihak pemain yang strategi - strateginya dilambangkan oleh baris-baris matriks ganjaran, dengan kata lain dilihat dari sudut pandang pemain tertentu. Pemain dikatakan adil (*fair*) apabila nilainya nol, dimana tak seorang pemain pun yang memperoleh keuntungan atau kemenangan dalam permainan yang tidak adil (*unfair*) seorang pemain akan memperoleh kemenangan atas pemain lain, yaitu jika nilai permainan tersebut bukan nol, dalam hal ini nilai pemain adalah positif jika pemain pertama (pemain baris) memperoleh kemenangan, sebaliknya nilai permainan negatif jika pemain lain (pemain kolom) memperoleh kemenangan.

5. Nilai Permainan

Nilai permainan adalah hasil yang diperkirakan dalam satu permainan atau *pay-off* rata-rata dari sepanjang rangkaian permainan, dimana kedua pemain menggunakan strategi paling optimal yang dimiliki masing-masing pemain. Suatu permainan dikatakan adil apabila menghasilkan nilai permainan sama dengan nol, dimana tak ada pemain yang memperoleh kemenangan ataupun kekalahan. Permainan dikatakan tidak adil jika menghasilkan nilai permainan bukan nol.

## 2.4 Klasifikasi Permainan

Permainan dapat dibagi menjadi berbagai macam jenis permainan antara lain:

Yang pertama berdasarkan jumlah langkah dan pilihan, permainan diklasifikasikan menjadi dua, yaitu:

1. Permainan berhingga (*finite game*), yaitu suatu permainan yang mempunyai sejumlah langkah yang berhingga dengan sejumlah pilihan yang berhingga pula.

2. Permainan tak berhingga (*infinite game*), untuk setiap permainan selain permainan berhingga.

Yang kedua, berdasarkan jumlah pemain (orang). Suatu permainan dikatakan permainan $n$ orang jika jumlah orang yang bermain adalah $n$. Di sini orang dapat berperan sebagai individu ataupun kelompok.

Dan yang ketiga, berdasarkan jumlah pembayaran. Jenis ini terdiri atas:

1. Permainan berjumlah nol (*Zero Sum Game*) adalah suatu permainan dengan jumlah kemenangan kedua belah pihak sama dengan nol. Hal ini berarti jumlah pembayaran yang diterima bagi salah satu pemain yang menang sama dengan jumlah yang dibayarkan oleh pihak yang kalah. Dalam hal ini kemenangan dari pihak yang satu merupakan kekalahan pihak yang lainnya. Bila dua orang bermain dalam suatu permainan maka dinamakan permainan berjumlah nol dari dua orang (*Two Person Sum Zero Game*).
2. Menurut Murthy (2007), permainan berjumlah tak nol adalah permainan yang kemenangan dan kekalahan tidak sama dengan nol. Dengan kata lain, kemenangan seorang pemain belum tentu merupakan kekalahan pemain yang lainnya. *Payoff* permainan berjumlah tak nol disajikan sebagai pasangan, misalnya $(a_i,b_j)$. Bagian pertama (yaitu $a_i$) adalah *payoff* yang diterima pemain 1 dan bagian kedua (yaitu $b_j$) adalah *payoff* yang diterima pemain 2. Misalkan ada dua pemain, yaitu pemain A dan pemain B yang sedang bersaing untuk memenangkan suatu permainan. Dalam usahanya untuk memenangkan permainan, A mempunyai $m$ kemungkinan strategi. Sedangkan B mempunyai $n$ kemungkinan strategi. Pemain A memperoleh keuntungan sebesar $a_{ij}$ jika menggunakan strategi ke-$i$, asalkan B memilih strategi ke-$j$. Permainan di atas dapat dinyatakan dalam matriks *payoff* $(A, B)$ sebagai berikut:

$$
\begin{array}{cc}
 & \text{Strategi B} \\
 & \begin{array}{ccccccc} B_1 & B_2 & \cdots & B_j & \cdots & B_n \end{array} \\
\text{Strategi A} \begin{array}{c} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_i \\ \vdots \\ A_m \end{array} &
\begin{bmatrix}
a_{11}; b_{11} & a_{12}; b_{12} & \cdots & a_{1j}; b_{1j} & \cdots & a_{1n}; b_{1n} \\
a_{21}; b_{21} & a_{22}; b_{22} & \cdots & a_{2j}; b_{2j} & \cdots & a_{2n}; b_{2n} \\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\
a_{i1}; b_{i1} & a_{i2}; b_{i2} & \cdots & a_{ij}; b_{ij} & \cdots & a_{in}; b_{in} \\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\
a_{m1}; b_{m1} & a_{m2}; b_{m2} & \cdots & a_{mj}; b_{mj} & \cdots & a_{mn}; b_{mn}
\end{bmatrix}
\end{array} \quad (2.2)
$$

Jika A memainkan strategi $A_i$ dan B memainkan strategi $B_j$, maka angka positif pada setiap elemen ($a_{ij}$, $b_{ij}$) menyatakan kemenangan yang diperoleh masing-masing pemain. Selain itu, angka negatif menyatakan kekalahan yang diperoleh masing-masing pemain

## 2.5 Strategi Murni dan Strategi Campuran

### 2.5.1 Strategi Murni

Strategi murni adalah tindakan yang diambil oleh pemain, apapun situasi permainannya. Strategi murni tidak bersifat acak dan pemain tidak mengubah tindakan mereka selama pertandingan berlangsung. (Duffy, 2015). Jadi strategi murni adalah strategi dimana setiap pemain hanya mempunyai tepat satu langkah terbaik. Dalam permainan dengan strategi murni, pemain pertama (pemain baris) yaitu pemain yang berusaha memaksimumkan kemenangan (keuntungan) yang minimum sehingga kriteria strategi optimumnya adalah kriteria maksimin. Sedangkan pemain ke dua (pemain kolom) yaitu pemain yang berusaha meminimumkan kekalahan (kerugian) yang maksimum sehingga kriteria strategi optimumnya adalah kriteria minimaks. Seperti yang terlihat pada matriks pembayaran pada tabel 2.1. dimana pemain pertama ($P_1$) mempunyai langkah strategi $i$;$i$ = 1,2,3,…,$m$ dan pemain ke dua ($P_2$) mempunyai langkah strategi $j$;$j$= 1,2,3,…,$n$. telah diketahui bahwa pemain pertama ($P_1$) merupakan pemain baris yang menerapkan kriteria maksimin, yaitu berusaha memaksimumkan keuntungan (kemenangan) yang minimum sementara pemain ke dua ($P_2$) merupakan pemain kolom yang menerapkan kriteria minimaks,yaitu berusaha meminimumkan kerugian (kekalahan) yang maksimum.

### 2.5.2 Strategi Campuran

Strategi yang terdiri dari campuran probabilitas lebih dari satu strategi, dinamakan strategi campuran (Dumairy, 1999). Di dalam permainan dimana permainan tersebut tidak mempunyai titik pelana maka para pemain akan bersandar kepada apa yang disebut sebagai strategi campuran. Hal ini berarti bahwa pemain pertama akan memainkan setiap strategi baris dengan proporsi waktu (probababilitas) tertentu. Demikian juga untuk pemain ke dua , ia akan memainkan setiap strategi kolom dengan proporsi waktu (probabilitas) tertentu. Oleh karena itu dalam suatu permainan yang diselesaikan dengan strategi campuran, strategi setiap pemain akan mempunyai probabilitas yang menunjukkan proporsi waktu (probabilitas) yang diperlukan untuk memainkan strateginya.

## 2.6 Dominasi

Prinsip dominasi dalam permainan merupakan proses pada suatu matriks permainan yang diberikan ($m \times n$) dapat direduksi menjadi matriks $m \times 2$ atau $2 \times n$ atau $2 \times 2$, yang akan membantu untuk melangkah lebih jauh untuk menyelesaikan permainan. (Murthy, 2007).

Contoh 2.1

Diberikan matriks *payoff* $4 \times 4$ sebagai berikut. Tentukan matriks *payoff* 2 x 2 dengan menggunakan metode dominasi!

$$\begin{array}{cc} & \text{Pemain 2} \\ & \begin{array}{cccc} w & x & y & z \end{array} \\ \text{Pemain 1} \quad \begin{array}{c} a \\ b \\ c \\ d \end{array} & \begin{bmatrix} 3;2 & 4;1 & 2;3 & 0;4 \\ 4;4 & 2;5 & 1;2 & 0;4 \\ 1;3 & 3;1 & 3;1 & 4;2 \\ 5;1 & 3;1 & 2;3 & 1;4 \end{bmatrix} \end{array} \tag{2.3}$$

- Iterasi I (eliminasi baris)

Berdasarkan matriks diatas untuk mengeleminasi strategi pemain 1 maka dapat dilakukan dengan melihat strategi pemain 2. Jika pemain 2 memilih strategi *w*, maka strategi *d* yang optimal untuk pemain 1 dengan nilai terbesar yaitu 5. Jika pemain 2 memilih strategi *x*, maka strategi *a* adalah yang optimal untuk pemain 1. Jika pemain 2 memilih strategi *y*, maka strategi *c* adalah yang optimal. Jika pemain 2 memilih strategi *z*, maka strategi *c* adalah yang optimal. Sejauh ini, telah diketahui bahwa *a*, *c*, dan *d* merupakan strategi optimal untuk pemain 1. Jadi hanya menyisakan satu strategi yang tersisa yaitu strategi *b*. Karena pemain 1 rasional, pemain 1 tidak akan memilih strategi *b*, maka strategi *b* dapat dieliminasi dari permainan.

$$
\text{Pemain 1}\quad
\begin{array}{c}
 \\ a \\ \cancel{b} \\ c \\ d
\end{array}
\begin{array}{c}
\text{Pemain 2} \\
\begin{array}{cccc} w & x & y & z \end{array} \\
\begin{bmatrix}
3;2 & 4;1 & 2;3 & 0;4 \\
\cancel{4;4} & \cancel{2;5} & \cancel{1;2} & \cancel{0;4} \\
1;3 & 3;1 & 3;1 & 4;2 \\
5;1 & 3;1 & 2;3 & 1;4
\end{bmatrix}
\end{array}
\qquad (2.4)
$$

- Iterasi II (elimanasi kolom)

Untuk mengeleminasi strategi pemain 2 maka dapat dilakukan dengan melihat strategi pemain 1. Jika pemain 1 memilih strategi *a*, maka strategi *z* optimal untuk pemain 2. Jika pemain 1 memilih strategi *c*, maka strategi *w* optimal untuk pemain 2. Jika pemain 1 memilih strategi *d*, maka strategi *z* optimal untuk pemain 2. Karena strategi *x* dan *y* didominasi oleh *w* dan *z*, maka strategi *x* dan *y* dapat dieliminasi dari permainan.

$$
\text{Pemain 1}\quad
\begin{array}{c}
 \\ a \\ c \\ d
\end{array}
\begin{array}{c}
\text{Pemain 2} \\
\begin{array}{cccc} w & \cancel{x} & \cancel{y} & z \end{array} \\
\begin{bmatrix}
3;2 & \cancel{4;1} & \cancel{2;3} & 0;4 \\
1;3 & \cancel{3;1} & \cancel{3;1} & 4;2 \\
5;1 & \cancel{3;1} & \cancel{2;3} & 1;4
\end{bmatrix}
\end{array}
\qquad (2.5)
$$

- Iterasi III (eliminasi baris)

Jika pemain 2 memilih strategi *w*, maka strategi *d* optimal untuk pemain 1. Jika pemain 2 memilih strategi *z*, maka strategi *c* optimal untuk pemain 1. Karena strategi *c* dan *d* mendominasi strategi *a*, maka strategi *a* dapat dieliminasi dari permainan.

$$
\text{Pemain 1}\quad
\begin{array}{c}
 \\ \cancel{a} \\ c \\ d
\end{array}
\begin{array}{c}
\text{Pemain 2} \\
\begin{array}{cc} w & z \end{array} \\
\begin{bmatrix}
\cancel{3;2} & \cancel{0;4} \\
1;3 & 4;2 \\
5;1 & 1;4
\end{bmatrix}
\end{array}
\qquad (2.6)
$$

Jadi, matriks *payoff* 2 x 2 yang terbentuk sebagai berikut

$$\begin{array}{ccc} & & \text{Pemain 2} \\ & & \begin{array}{cc} w & z \end{array} \\ \text{Pemain 1} & \begin{array}{c} c \\ d \end{array} & \begin{bmatrix} 1;3 & 4;2 \\ 5;1 & 1;4 \end{bmatrix} \end{array} \quad (2.7)$$

(Harrington, 2009)

## 2.7 Keseimbangan Nash dan Keseimbangan Nash Campuran

Salah satu perkembangan di dalam teori permainan yang menarik adalah keseimbangan Nash, yang ditemukan oleh John Nash. Kemudian, di dalam keseimbangan Nash terdapat aturan bahwa dalam setiap permainan dua orang, dengan jumlah nol atau tak nol, dapat dinemukan setidaknya satu keseimbangan melalui strategi murni atau campuran (Duffy, 2015).

### 2.7.1 Keseimbangan Nash Murni

Menurut Osborne (2000), profil strategi $a*$ dalam permainan strategis adalah keseimbangan Nash (*Nash equilibrium*) jika untuk setiap pemain $i$ dan setiap strategi $a_i$ dari pemain $i$, maka strategi $a*$ setidaknya sama besar dengan pemain $i$ sebagai profil strategi $(a_i, a_{-i}^*)$ di mana pemain $i$ memilih strategi $a_i$, sementara setiap pemain lain $j$ memilih strategi $a_j^*$.

Pernyataan tersebut ekuivalen dengan:

$u_i(a^*) \geq u_i(a_i, a_{-i}^*)$ untuk setiap strategi $a_i$ dari pemain $i$, dimana $u_i$ adalah fungsi *payoff* yang mewakili pilihan pemain $i$. Definisi tersebut berarti dalam suatu permainan strategis setidaknya ada satu titik keseimbangan Nash dan disebut dengan keseimbangan Nash murni.

### 2.7.2 Keseimbangan Nash Campuran

Menurut Osborne (2000), profil strategi campuran $a*$ dalam permainan strategis adalah keseimbangan Nash campuran jika untuk setiap pemain $i$ dan setiap strategi campuran $a_i$ dari pemain $i$, maka ekspektasi *payoff* untuk pemain $i$ dari strategi campuran $a*$ setidaknya sama besarnya dengan ekspektasi *payoff* dengan pemain $i$ dari $(a_i, a_{-i}^*)$ sesuai dengan fungsi *payoff* yang nilainya diharapkan mewakili pilihan pemain $i$.

Pernyataan tersebut ekuivalen dengan:
$U_i(a^*) \geq U_i(a_i, a_{-i}^*)$ untuk setiap strategi campuran $a_i$ dari pemain $i$ dimana $U_i(a)$ adalah ekspektasi *payoff* yang mewakili pilihan pemain $i$ untuk profil strategi campuran $a$. Definisi tersebut berarti strategi campuran setiap pemain adalah respon terbaik untuk strategi campuran pemain lainnya.

Misalkan terdapat permainan dua pemain di mana setiap pemain memiliki dua trategi, $A_1$ dan $A_2$ untuk pemain 1 dan $B_1$ dan $B_2$ untuk pemain 2. Dalam hal ini, $u_i$ adalah fungsi *payoff* yang mewakili pemain $i$. Strategi campuran pemain 1 yaitu $a_1$ memberi probabilitas $a_1(A_1)$ untuk strategi $A_1$ dan probabilitas $a_1(A_2)$ untuk strategi $A_2$ (dengan $a_1(A_1) + a_1(A_2) = 1$). Misalkan $a_1(A_1) = x$, sehingga $a_1(A_2) = 1 - x$. Dengan cara yang sama, dimisalkan $a_1(B_1) = y$, sehingga $a_1(B_2) = 1 - y$.

Distribusi dari probabilitas yang dihasilkan oleh pasangan strategi campuran $(a_1, a_2)$ atas keempat kemungkinan hasil permainan sebagai berikut.

- $(A_1, B_1)$ terjadi dengan probabilitas $xy$.
- $(A_1, B_2)$ terjadi dengan probabilitas $x(1 - y)$.
- $(A_2, B_1)$ terjadi dengan probabilitas $(1 - x)y$.
- $(A_2, B_2)$ terjadi dengan probabilitas $(1 - x)(1 - y)$.

**Tabel 2.1** Probabilitas Hasil Permainan Dua Pemain 2 x 2

| | $B_1$ | $B_2$ |
|---|---|---|
| $A_1$ | $xy$ | $x(1-y)$ |
| $A_2$ | $(1-x)y$ | $(1-x)(1-y)$ |

Dari Tabel 2.1 dapat dilihat bahwa ekspektasi *payoff* pemain 1 untuk pasangan strategi strategi campuran $(a_1, a_2)$ adalah:

$$x[y.u_i(A_1, B_1) + (1 - y).u_i(A_1, B_2)] + (1 - x)[y.u_i(A_2, B_1) + (1 - y).u_i(A_2, B_2)] \quad (2.8)$$

Contoh 2.2

Diberikan matriks *payoff* $2 \times 2$ sebagai berikut. Tentukan *payoff* maksimum untuk masing-masing pemain!

$$\begin{array}{ccc} & & \text{Pemain B} \\ & & \begin{array}{cc} y & 1-y \end{array} \\ \text{Pemain A} & \begin{array}{c} x \\ 1-x \end{array} & \begin{bmatrix} 1;3 & 4;2 \\ 5;1 & 1;4 \end{bmatrix} \end{array} \tag{2.9}$$

Pemain $A$ mempunyai strategi $A_1$ dan $A_2$, dan pemain $B$ mempunyai strategi $B_1$ dan $B_2$, misal:

$X = (x, 1 - x)$ adalah peluang strategi campuran bagi $A$

$Y = (y, 1 - y)$ adalah peluang strategi campuran bagi $B$

$P_A(x,y)$ adalah nilai ekspektasi *payoff* bagi $A$ saat $A$ memainkan strategi $X$ dan $B$ memainkan strategi $Y$. $P_B(x,y)$ adalah nilai ekspektasi *payoff* bagi $B$ saat $A$ memainkan strategi $X$ dan $B$ memainkan strategi $Y$.

$$\begin{aligned} P_A(x,y) &= x(y + 4(1-y)) + (1-x)(5y + (1-y)) \\ &= x(4-3y) + (1-x)(1+4y) \\ &= -7xy + 3x + 4y + 1 \end{aligned} \tag{2.10}$$

$$\begin{aligned} P_B(x,y) &= x(3y + 2(1-y)) + (1-x)(y + 4(1-y)) \\ &= x(2+y) + (1-x)(4-3y) \\ &= 4xy - 2x - 3y + 4 \end{aligned} \tag{2.11}$$

Kemudian dicari keseimbangan Nash $(X^*, Y^*)$, dengan

$$\begin{aligned} X^* &= (x^*, 1-x^*) \\ Y^* &= (y^*, 1-y^*) \end{aligned} \tag{2.12}$$

Nilai *payoff* yang paling maksimum di antara semua nilai *payoff* $P_A(X^*, Y^*)$ akan dicari terlebih dahulu. Nilai *payoff* maksimum dengan $0 \le x \le 1$ diperoleh pada saat $\frac{\partial_p}{\partial_x} = 0$, sehingga diperoleh $y^* = \frac{3}{7}$. Kemudian, dengan cara yang sama dapat dicari nilai *payoff* $P_B(X^*, Y^*)$ yang paling maksimum diantara semua nilai *payoff* $P_B(X^*, Y^*)$. Nilai *payoff* maksimum dengan $0 \le x \le 1$ diperoleh pada saat $\frac{\partial_p}{\partial_y} = 0$ sehingga diperoleh $x^* = \frac{3}{4}$.

Berdasarkan perhitungan tersebut, maka didapat $X^* = (\frac{3}{4}, \frac{1}{4})$ dan $Y^* = (\frac{3}{7}, \frac{4}{7})$. Dengan substitusi nilai $Y^*$ pada $P_A(x,y)$ maka didapat nilai ekspektasi *payoff* bagi A adalah $\frac{19}{7}$, dan substitusi nilai $X^*$ pada $P_B(x,y)$ maka didapat nilai ekspektasi *payoff* bagi B adalah $\frac{5}{2}$.

## 2.8 *Software* R

Konsep data *mining* baru-baru ini menjadi topik yang cukup hangat di kalangan dunia komputasi. Sebagai sebuah metode, data *mining* merupakan serangkaian proses penggalian informasi ke dalam *database* transaksi yang biasanya sudah lama dilupakan oleh pengambil keputusan. Bagaimana cara menggali informasi memerlukan berbagai aspek pengetahuan diantaranya adalah statistika.

Versi pertama R diluncurkan pada tahun 1992 oleh Ross Ihaka dan Robert Gentleman (1996) (singkatan R berasal dari kedua nama tersebut) yang keduanya dari *University of Auckland*. Diawal pengembangannya, proyek R dibuat dengan bahasa LISP serta hanya diimplementasikan di macintosh dengan bahasa semantik Scheme. Pada saat ini *source code* R yang dibuat telah bersifat multiplatform, sehingga dapat dikompilasi dan dijalankan diberbagai sistem operasi berbasis *NIX dan Windows. R dikembangan secara intensif oleh R-*core team* yang anggotanya terdiri dari 17 orang ahli statistika dan melibatkan banyak kontributor lain dari berbagai institusi diseluruh dunia. Seperti halnya linux, *source code* R tersedia untuk dibaca, dianalisis, identifikasi bug dan modifikasi.

R dapat digunakan sebagai kalkulator. Tidak hanya sesederhana itu, R juga dapat menyelesaikan problematika matematika seperti persamaan kuadrat, matriks, kalkulus, trigonometri, dan sebagainya. Sangat membantu anda tanpa harus menggunakan cara-cara manual dalam menyelesaikan problematika matematika.

## 2.9 Mie

Mie merupakan produk pasta yang pertama kali ditemukan oleh bangsa China yang berbahan baku beras dan tepung kacang-kacangan (Puspasari, 2007). Menurut Standar Nasional Indonesia (SNI), mie adalah produk pangan yang terbuat dari terigu dengan atau tanpa penambahan bahan pangan lain dan bahan tambahan pangan yang diizinkan, berbentuk khas mie (Anonim, 1992). Saat ini mie telah digunakan sebagai salah satu alternatif pengganti nasi. Hal ini tentu sangat menguntungkan ditinjau dari sudut penganekaragaman bahan pangan. Dengan menganekaragamkan konsumsi bahan pangan, kita dapat terhindar dari ketergantungan pada suatu bahan pangan terpopuler saat ini, yaitu beras (Astawan, 2004).

Mie diklasifikasikan berdasarkan beberapa hal, diantaranya ukuran diameter produk, bahan baku, cara pengolahan, dan karakterisitik produk akhirnya. Berdasarkan bahan bakunya, terdapat dua macam mie, yaitu mie yang bahan bakunya berasal dari tepung terutama tepung terigu dan mie transparan (*transparence noodle*) dari bahan baku pati, misalnya soun dan bihun (Puspasari, 2007). Berdasarkan karakterisitik produk akhirnya, terdapat dua jenis mie, yaitu mie basah (mie ayam dan mie kuning) dan mie kering (mie telor dan mie instan). Produk mie kering dan mie basah memiliki komposisi yang hampir sama. Yang membedakan keduanya ialah kadar air, kadar protein, dan tahapan proses pembuatan. Mie basah memiliki kadar air maksimal 35% (b/b) dan sumber prtoteinnya berasal dari tepung terigu yang menjadi bahan baku utamanya. Jenis mie basah dengan bahan baku tepung aren biasa disebut masyarakat dengan mie "gleser" (Badrudin, 1994).

## 2.10 Pengambilan Sampel Penelitian

Menurut Prasetyo dan Jannah (2010), rumus yang digunakan untuk menentukan sampel penelitian yang diperlukan jika populasi yang diambil sangat besar, yaitu slovin sebagai berikut.

$$n = \frac{N}{1 + Ne^2}$$

dengan, $n$ = ukuran sampel

$N$ = ukuran populasi

$e$ = nilai kritis atau batas ketelitian (misal 10%)

# BAB III
# METODE PENELITIAN

## 3.1 Jenis dan Sumber Data

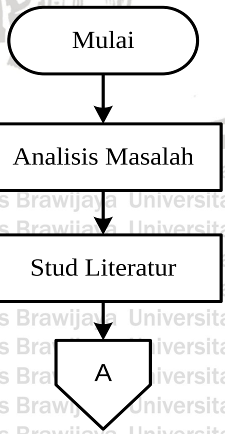
Menurut Bungin (2008), jenis data dapat dibedakan menjadi dua, yaitu data primer dan sekunder. Data primer adalah data yang langsung diperoleh dari sumber data pertama di lokasi penelitian. Data sekunder adalah data yang diperoeh dari sumber kedua atau sumber sekunder. Data yang akan digunakan pada penelitian ini adalah data primer yang diperoleh melalui penyebaran kuisioner yang dibagikan kepada mahasiswa Jurusan Matematika Universitas Brawijaya untuk mengetahui strategi optimal dalam persaingan kedai mie di kota Malang.

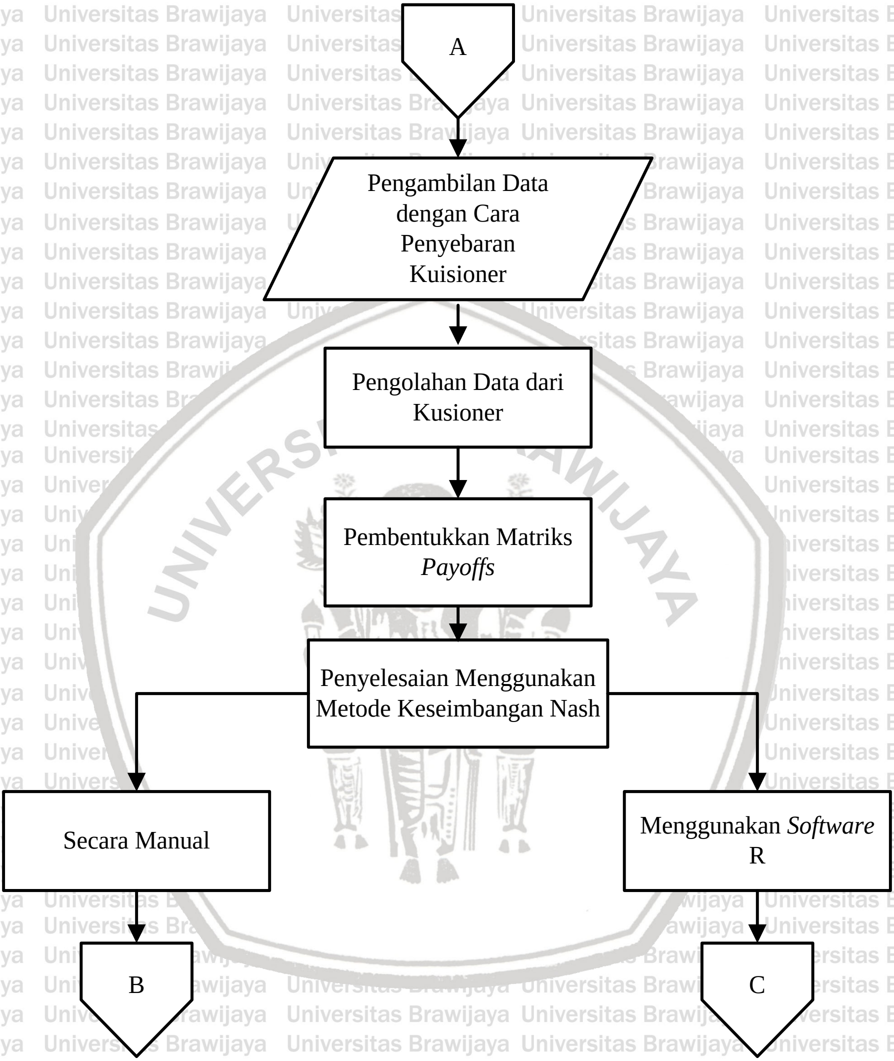
## 3.2 Waktu dan Tempat Penelitian

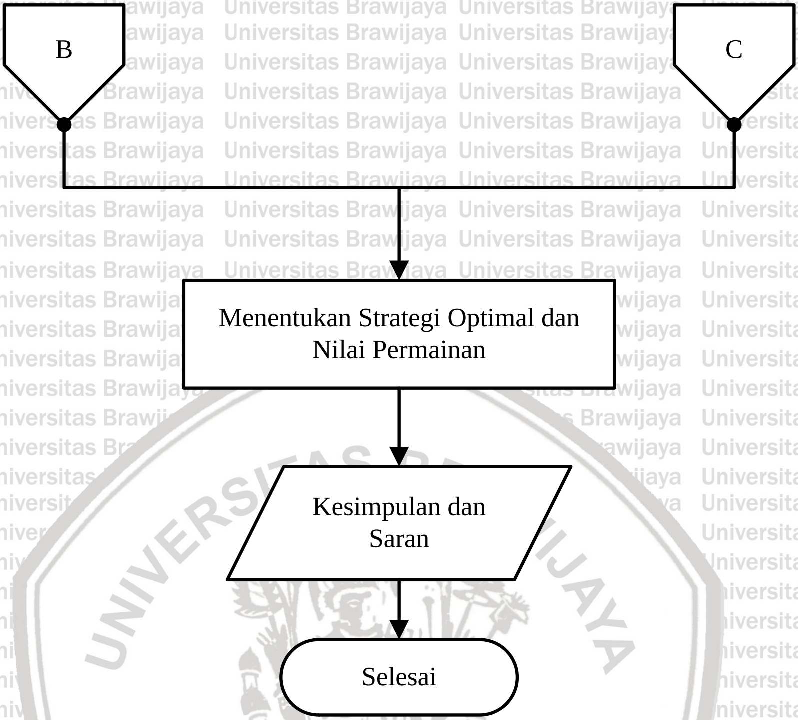
Penelitian ini dilaksanakan di Universitas Brawijaya dan dilakukan pada bulan April 2019.

## 3.3 Langkah-langkah Penelitian

Langkah-langkah dalam Gambar 3.1 adalah tahapan untuk mencapai tujuan penelitian yang digambarkan dalam diagram alir.




A
Pengambilan Data dengan Cara Penyebaran Kuisioner
Pengolahan Data dari Kusioner
Pembentukkan Matriks *Payoffs*
Penyelesaian Menggunakan Metode Keseimbangan Nash
Secara Manual
Menggunakan *Software* R
B
C




Gambar 3.1 Diagram Alir Penelitian

# BAB IV
# PEMBAHASAN

## 4.1 Data Hasil Penelitian

Pada penelitian ini menggunakan data primer yaitu data yang diperoleh melalui penyebaran kuisioner pada mahasiswa aktif Jurusan Matematika Universitas Brawijaya. Menurut data yang diperoleh pada bulan mei 2019 mahasiswa aktif Jurusan Matematika Universitas Brawijaya sejumlah 409 mahasiswa. Dengan menggunakan Slovin peresentase error sekitar 10% dan ukuran sampel yang diambil dari populasi ($n$) sebagai berikut.

$$n = \frac{409}{1 + 409(10\%)^2}$$

$$n = 80{,}35363458$$

$$n \cong 80$$

Dari perhitungan di atas diperoleh jumlah sampel yang dapat diambil sejumlah 80 mahasiswa.

Kedai mie yang menjadi pemain dalam penelitian ini sebanyak tiga. Dari pertanyaan nomer 2 pada kuisioner (Lampiran 1) diperoleh persentase pilihan kedai mie, dapat dilihat pada Tabel 4.1 sebagai berikut.

**Tabel 4.1** Persentase Pilihan Kedai Mie

| No. | Kedai Mie | Persentase |
|---|---|---|
| 1. | Kedai A | 37,04% |
| 2. | Kedai B | 43,21% |
| 3. | Kedai C | 19,75% |
| Jumlah | | 100% |

Pengisian tabel pada kuesioner dilengkapi dengan pengisian skor yang menunjukkan penilaian responden terhadap strategi-strategi yang ditawarkan masing-masing kedai mie. Skala skor yang digunakan dalam penelitian ini adalah skala ordinal, yaitu skor 1 sampai 5 yang menunjukkan;

1 = Tidak baik
2 = Kurang baik
3 = Biasa
4 = Baik
5 = Sangat Baik

Untuk dapat dibentuk ke dalam matriks *payoff* dan dianalisis menggunakan teori permainan, dari ketiga yang dipilih menjadi alternatif harus ditentukan pemain-pemainnya. Berdasarkan pertanyaan nomor 3 pada Lampiran 1, responden dapat menentukan pilihan permainan yang melibatkan pemain pertama dan kedua dalam bentuk pasangan kedai mie.

Pembentukan pasangan dibentuk dari kombinasi dua dari tiga kedai mie. Cara membentuk pasangannya ditentukan dengan menghitung kombinasi $C(n,r)$ dengan $n$ = 3 dan $r$ = 2 sebagai berikut;

$$C(3,2) = \frac{3!}{(3-2)!\,2!}$$
$$= \frac{3!}{1!\,2!}$$
$$= 3$$

Kombinasi yang diperoleh dalam mempasangkan kedai mie sebanyak tiga pasang yaitu sebagai berikut.

1. Kedai A dan Kedai C
2. Kedai A dan Kedai B
3. Kedai B dan Kedai C

Pada Tabel 4.2 berikut menunjukkan persentase pasangan kedai mie berturut-turut yang menjadi pemain pertama dan kedua. Persentase pilihan pasangan diperoleh dari jumlah pemilih pasangan yang dipilih kemudian dibagi jumlah responden dikali 100%, dapat dilihat pada Tabel 4.2 sebagai berikut

**Tabel 4.2** Jumlah Pemilih Pasangan Kedai Mie

| No. | Pasangan Kedai Mie | Jumlah |
|---|---|---|
| 1. | Kedai A dan Mie C | 22 |
| 2. | Kedai A dan Kedai B | 30 |
| 3. | Kedai B dan Kedai C | 28 |
| | Total | 80 |

## 4.2 Pembentukan Matriks Payoff

Penerapan konsep teori permainan dengan pemain merupakan kedai mie dan strategi berupa kelebihan yang diberikan oleh kedai mie sebagai berikut.

*a* atau *p* : Memiliki varian menu. [disingkat: **VAR**]
*b* atau *q* : Memiliki fasilitas-fasilitas yang memadai. [disingkat: **FAS**]
*c* atau *r* : Pelayanan pegawai. [disingkat: **PEL**]
*d* atau *s* : Waktu kedatangan menu yang dipesan. [disingkat: **WAK**]
*e* atau *t* : Harga yang disajikan. [disingkat: **HAR**]

Strategi tersebut dapat dinyatakan dalam matriks *payoff* sebagai berikut;

$$\begin{array}{c c} & \begin{array}{ccccc} p & q & r & s & t \end{array} \\ \begin{array}{c} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{array} & \begin{bmatrix} a;p & a;q & a;r & a;s & a;t \\ b;p & b;q & b;r & b;s & b;t \\ c;p & c;q & c;r & c;s & c;t \\ d;p & d;q & d;r & d;s & d;t \\ e;p & e;q & e;r & e;s & e;t \end{bmatrix} \end{array}$$

Sebagai entri matriks *payoff* adalah jumlah skor untuk masing-masing kelebihan kedai mie dan dibagi dengan jumlah peminat tiap pasangan kedai mie. Berikut adalah contoh rata-rata skor yang diperoleh dari setiap pasangan kedai mie.

**Tabel 4.3** Rata-rata skor Kedai A dan Kedai C

| | *p* | *q* | *r* | *s* | *t* |
|---|---|---|---|---|---|
| *a* | 3.91; 3.73 | 3.86; 3.68 | 3.68; 3.64 | 3.82; 3.45 | 3.68; 3.64 |
| *b* | 3.59; 3.82 | 3.14; 3.82 | 3.32; 3.55 | 3.45; 3.41 | 3.5; 3.55 |
| *c* | 3.55; 3.64 | 3.59; 3.73 | 3.95; 3.5 | 3.41; 3.41 | 3.41; 3.55 |
| *d* | 3.14; 3.23 | 3.5; 3.64 | 3.23; 3.59 | 3.91; 3.68 | 3.36; 3.59 |
| *e* | 3.82; 3.55 | 3.82; 3.5 | 3.41; 3.59 | 3.09; 3.32 | 3.77; 3.5 |

**Tabel 4.4** Rata-rata skor Kedai A dan Kedai B

| | *p* | *q* | *r* | *s* | *t* |
|---|---|---|---|---|---|
| *a* | 3.43; 4.03 | 3.8; 3.97 | 3.33; 3.6 | 3.67; 3.27 | 3.73; 3.87 |
| *b* | 3.63; 4.03 | 3.67; 3.83 | 3.32; 3.55 | 3.57; 3.27 | 3.73; 4 |
| *c* | 3.9; 3.8 | 3.5; 3.8 | 3.87; 3.6 | 3.4; 3.33 | 3.87; 4 |
| *d* | 3.23; 3.87 | 3.17; 3.83 | 3.23; 3.59 | 3.2; 4.03 | 3.17; 3.47 |
| *e* | 3.87; 3.87 | 3.87; 4.13 | 3.8; 3.57 | 3.6; 3.4 | 3.53; 3.87 |

**Tabel 4.5** Rata-rata skor Kedai B dan Kedai C

| | *P* | *q* | *r* | *s* | *t* |
|---|---|---|---|---|---|
| *a* | 4.31; 3.93 | 3.79; 3.86 | 4.17; 3.52 | 3.48; 3.52 | 4.14; 3.83 |
| *b* | 4.03; 3.83 | 3.96; 4.03 | 3.76; 3.65 | 4.14; 3.62 | 3.9; 3.72 |
| *c* | 3.83; 3.83 | 4.24; 3.93 | 3.76; 3.65 | 3.72; 3.62 | 3.79; 3.96 |
| *d* | 3.45; 3.83 | 3.45; 3.62 | 3.45; 4.03 | 4; 3.65 | 4.17; 3.83 |
| *e* | 4.03; 3.76 | 4.03; 4.03 | 3.83; 3.55 | 4; 3.59 | 3.41; 3.62 |

## 4.3 Perhitungan menggunakan *Software* R

Dengan menggunakan kecerdasan buatan dapat memudahkan dalam menyelesaikan segala permasalahan matematis maupun permasalahan lainnya yang dapat dimodelkan. *Software* yang digunakan dalam penelitian ini adalah *software* R berikut merupakan perhitungan yang di peroleh sebagai berikut.

**Tabel 4.6** Hasil Matriks Dominasi menggunakan *Software* R

| No | Matriks *Payoff* | Matriks 2 × 2 |
|---|---|---|
| 1 | Kedai A dan Kedai C | $\begin{bmatrix} 3.91; 3.73 & 3.82; 3.45 \\ 3.14; 3.23 & 3.91; 3.68 \end{bmatrix}$ |
| 2 | Kedai A dan Kedai B | $\begin{bmatrix} 3.50; 3.80 & 3.87; 4.00 \\ 3.87; 4.13 & 3.53; 3.87 \end{bmatrix}$ |
| 3 | Kedai B dan Kedai C | $\begin{bmatrix} 4.31; 3.93 & 4.17; 3.52 \\ 3.45; 3.83 & 3.45; 4.03 \end{bmatrix}$ |

Perhatikan Tabel 4.6, matriks pasangan kedai A dan kedai C tersebut memiliki dua nilai keseimbangan, matriks pasangan kedai A dan kedai B memiliki dua nilai keseimbangan, dan matriks pasangan kedai B dan kedai C memiliki satu nilai keseimbangan Nash. Jika matriks *payoff* tidak memiliki nilai keseimbangan atau memiliki dua nilai keseimbangan, maka diselesaikan dengan keseimbangan Nash campuran. Namun jika suatu matriks *payoff* memiliki satu nilai keseimbangan, maka nilai keseimbangan Nash atau nilai permain langsung diperoleh dan strategi yang memuat nilai keseimbangan merupakan strategi optimal untuk setiap pemain.

## 4.4 Keseimbangan Nash Masing-masing Pemain

Permainan yang dibahas dalam penelitian ini merupakan jenis permainan berjumlah tak nol di mana kemenangan satu pemain belum tentu merupakan kekalahan bagi pemain lainnya. Strategi yang dipakai masing-masing pemain adalah $5 \times 5$.

### 4.4.1 Keseimbangan Nash antara Kedai A dan Kedai C

**a. Penyelesaian dengan Metode Dominasi**

Untuk dapat menyelesaikan matriks permainan maka matriks *payoff* yang berukuran $5 \times 5$ direduksi menjadi matriks *payoff* berukuran $2 \times 2$ dengan metode dominasi sebagai berikut.

- Iterasi 1 (eliminasi baris)

Dalam mengeliminasi strategi kedai A maka melihat strategi kedai C. Jika kedai C memainkan strategi $p$, maka strategi $d$ yang optimal pada kedai A. Jika kedai C memainkan strategi *q* maka, strategi *a* yang optimal pada kedai A. Jika kedai C memainkan strategi *r* maka, strategi *c* yang optimal pada kedai A. Jika kedai C memainkan strategi *s*, maka straegi *d* yang optimal pada kedai A. Jika kedai C memainakan strategi *t*, maka strategi *e* yang optimal pada kedai A. Karena strategi *b* didominasi oleh strategi *a*, c, dan *e*, maka strategi *b* dapat dieliminasi.

Kedai C

| | | *p* | *q* | *r* | *s* | *t* |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Kedai A | *a* | 3.91; 3.73 | 3.86; 3.68 | 3.68; 3.64 | 3.82; 3.45 | 3.68; 3.64 |
| | ~~*b*~~ | ~~3.59; 3.82~~ | ~~3.14; 3.82~~ | ~~3.32; 3.55~~ | ~~3.45; 3.41~~ | ~~3.5; 3.55~~ |
| | *c* | 3.55; 3.64 | 3.59; 3.73 | 3.95; 3.5 | 3.41; 3.41 | 3.41; 3.55 |
| | *d* | 3.14; 3.23 | 3.5; 3.64 | 3.23; 3.59 | 3.91; 3.68 | 3.36; 3.59 |
| | *e* | 3.82; 3.55 | 3.82; 3.5 | 3.41; 3.59 | 3.09; 3.32 | 3.77; 3.5 |

- Iterasi 2 (eliminasi kolom)

Untuk dapat mengeliminasi strategi kedai C, maka dilakukan dengan melihat strategi kedai A. Jika kedai A memainkan strategi *a*, maka strategi *p* yang optimal pada kedai C. Jika kedai A memainkan strategi *c*, maka strategi *q* yang optimal pada kedai C. Jika kedai A memainkan strategi *d*, maka strategi *s* yang optimal pada Kedai C. Jika kedai A memainkan strategi *e*, maka strategi *r* yang optimal pada kedai C. Karena strategi *t* didominasi oleh *p*, *q*, *r*, dan *s* maka strategi *t* dapat dieliminasi.

Kedai C

| | | *p* | *q* | *r* | *s* | ~~*t*~~ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Kedai A | *a* | 3.91; 3.73 | 3.86; 3.68 | 3.68; 3.64 | 3.82; 3.45 | ~~3.68; 3.64~~ |
| | *c* | 3.55; 3.64 | 3.59; 3.73 | 3.95; 3.5 | 3.41; 3.41 | ~~3.41; 3.55~~ |
| | *d* | 3.14; 3.23 | 3.5; 3.64 | 3.23; 3.59 | 3.91; 3.68 | ~~3.36; 3.59~~ |
| | *e* | 3.82; 3.55 | 3.82; 3.5 | 3.41; 3.59 | 3.09; 3.32 | ~~3.77; 3.5~~ |

- Iterasi 3 (eliminasi baris)

Untuk dapat mengelimanasi strategi kedai A, maka dilakukan dengan melihat strategi kedai C. Jika kedai C memainkan strategi *p*, maka strategi *d* yang optimal pada kedai A. Jika kedai C memainkan strategi *q*, maka strategi *a* yang optimal pada kedai A. Jika kedai C memainkan strategi *r*, maka strategi *b* yang optimal pada kedai A. Jika kedai C memainkan strategi *s*, maka strategi *c* yang optimal pada kedai A. Karena strategi *e* didominasi oleh *a*, *b*, *c*, dan *d* maka strategi *e* dapat dieliminasi.

Kedai C

$$
\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{cccc} p & q & r & s \end{array} \\
\text{Kedai A} \begin{array}{c} a \\ c \\ d \\ \cancel{e} \end{array} & \begin{bmatrix} 3.91; 3.73 & 3.86; 3.68 & 3.68; 3.64 & 3.82; 3.45 \\ 3.55; 3.64 & 3.59; 3.73 & 3.95; 3.5 & 3.41; 3.41 \\ 3.14; 3.23 & 3.5; 3.64 & 3.23; 3.59 & 3.91; 3.68 \\ \cancel{3.82; 3.55} & \cancel{3.82; 3.5} & \cancel{3.41; 3.59} & \cancel{3.09; 3.32} \end{bmatrix}
\end{array}
$$

- Iterasi 4 (eliminasi kolom)

Untuk dapat mengelimanasi strategi kedai C, maka dilakukan dengan melihat strategi kedai A. Jika kedai A memainkan strategi *a*, maka strategi *p* yang optimal pada kedai C. Jika kedai A memainkan strategi *c*, maka strategi *q* yang optimal pada kedai C. Jika kedai A memainkan strategi *d*, maka strategi *s* yang optimal pada kedai C. Karena strategi *r* didominasi oleh *p*, *q*, dan *s* maka strategi *r* dapat dieliminasi.

Kedai C

$$
\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{cccc} p & q & \cancel{r} & s \end{array} \\
\text{Kedai A} \begin{array}{c} a \\ c \\ d \end{array} & \begin{bmatrix} 3.91; 3.73 & 3.86; 3.68 & \cancel{3.68; 3.64} & 3.82; 3.45 \\ 3.55; 3.64 & 3.59; 3.73 & \cancel{3.95; 3.5} & 3.41; 3.41 \\ 3.14; 3.23 & 3.5; 3.64 & \cancel{3.23; 3.59} & 3.91; 3.68 \end{bmatrix}
\end{array}
$$

- Iterasi 5 (eliminasi baris)

Untuk dapat mengeliminasi strategi kedai A, maka dilakukan dengan melihat strategi kedai C. Jika kedai C memainkan strategi *p*, maka strategi *a* yang optimal pada kedai C. Jika kedai C memainkan strategi *q*, maka strategi *a* yang optimal pada kedai A. Karena strategi *c* didominasi oleh *a* dan *d*, maka strategi *c* dapat dieliminasi.

Kedai C

$$
\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{ccc} p & q & s \end{array} \\
\text{Kedai A} \begin{array}{c} a \\ \cancel{c} \\ d \end{array} & \begin{bmatrix} 3.91; 3.73 & 3.86; 3.68 & 3.82; 3.45 \\ \cancel{3.55; 3.64} & \cancel{3.59; 3.73} & \cancel{3.41; 3.41} \\ 3.14; 3.23 & 3.5; 3.64 & 3.91; 3.68 \end{bmatrix}
\end{array}
$$

- Iterasi 6 (eliminasi kolom)

Untuk dapat mengelimanasi strategi kedai C, maka dilakukan dengan melihat strategi kedai A. Jika kedai A memainkan strategi *a*, maka strategi *p* yang optimal pada kedai C. Jika kedai A memainkan strategi *e*, maka strategi *q* yang optimal pada kedai C. Karena strategi *r*, *s*, dan *t* didominasi oleh *p* dan *q* maka strategi *r*, *s*, dan *t* dapat dieliminasi.

$$\text{Kedai A}\quad \begin{array}{c} \\ a \\ d \end{array}\overset{\text{Kedai C}}{\begin{array}{ccc} p & \cancel{q} & s \\ \end{array}} \begin{bmatrix} 3.91;\ 3.73 & \cancel{3.86;\ 3.68} & 3.82;\ 3.45 \\ 3.14;\ 3.23 & \cancel{3.5;\ 3.64} & 3.91;\ 3.68 \end{bmatrix}$$

Sehingga, matriks *payoff* berukuran 2 × 2 sebagai berikut.

$$\text{Kedai A}\quad \begin{array}{c|cc} & p & s \\ \hline a & 3.91;\ 3.73 & 3.82;\ 3.45 \\ d & 3.14;\ 3.23 & 3.91;\ 3.68 \end{array}\quad(\text{Kedai C})$$

**b. Penentuan Nilai Keseimbangan Nash dan Strategi Optimal**

Setelah terbentuk matriks *payoff* berukuran 2 × 2 melalui metode dominasi, selanjutnya akan ditentukan strategi optimal dari permainan kedai A dan kedai C. Jika kedai A memilih strategi *a*, maka strategi *p* yang optimal untuk kedai C. Jika kedai A memilih strategi *d*, maka strategi *s* yang optimal untuk kedai C. Jika kedai C memilih strategi *p*, maka strategi *a* yang optimal untuk kedai A. Jika kedai C memilih strategi s, maka strategi *d* yang optimal untuk kedai A.

$$\text{Kedai A}\quad \begin{array}{c|cc} & p & s \\ \hline a & 3.91;\ 3.73 & 3.82;\ 3.45 \\ d & 3.14;\ 3.23 & 3.91;\ 3.68 \end{array}\quad(\text{Kedai C})$$

Karena pada matriks *payoff* tidak memiliki nilai keseimbangan Nash maka digunakan keseimbangan Nash campuran untuk mendapatkan strategi optimal. kedai A sebagai pemain pertama memiliki strategi *a* dan *d*, sedangkan kedai C sebagai pemain kedua memiliki strategi *p* dan *s*. Dimisalkan;

$a = x$

$d = 1 - x$

$X = (x, 1 - x)$ adalah peluang strategi campuran bagi kedai A.

$p = y$

$s = 1 - y$

$Y = (y, 1 - y)$ adalah peluang strategi campuran bagi kedai C.

Untuk menghitung ekspektasi *payoff* masing-masing pemain dapat dilakukan sendiri-sendiri untuk pemain pertama dan kedua, sehingga matriks *payoff* harus dipisah antara pemain pertama dan kedua. Tabel 4.7 dan Tabel 4.8 berturut-turut adalah distribusi probabilitas untuk kedai A dan kedai C.

**Tabel 4.7** Probabilitas Hasil Permainan untuk Kedai A dalam Permainan Kedai A dan Kedai C

| | | $p$ | $S$ |
|---|---|---|---|
| | | $y$ | $(1-y)$ |
| $a$ | $x$ | 3.91 | 3.82 |
| $d$ | $(1-x)$ | 3.14 | 3.91 |

**Tabel 4.8** Probabilitas Hasil Permainan untuk Kedai C dalam Permainan Kedai A dan Kedai C

| | | $p$ | $S$ |
|---|---|---|---|
| | | $y$ | $(1-y)$ |
| $a$ | $x$ | 3.73 | 3.45 |
| $d$ | $(1-x)$ | 3.23 | 3.68 |

Dari Tabel 4.7 dan Tabel 4.8 dapat dilihat bahwa ekspektasi *payoff* kedua pemain adalah:

$$\begin{aligned} P_{Mie\ Kober}(x,y) &= x\big(3.91y + 3.82(1-y)\big) + (1-x)(3.14y + 3.91(1-y)) \\ &= x(0.09y + 3.82) + (1-x)(3.91 - 0.77y) \\ &= 0.86xy - 0.09x - 0.77y + 3.91 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{Mie\ Setan}(x,y) &= x\big(3.73y + 3.45(1-y)\big) + (1-x)(3.23y + 3.68(1-y)) \\ &= x(0.28y + 3.45) + (1-x)(3.68 - 0.45y) \end{aligned}$$

$$= 0.73xy - 0.23x - 0.45y + 3.68$$

Nilai *payoff* maksimum Kedai A dan Kedai C dapat dicari dengan turunan parsial.

Untuk $P_{Mie\ Kober}(x,y)$, dengan $0 \le y \le 1$ diperoleh pada saat $\frac{\partial P_{Mie\ Kober}}{\partial x} = 0$.

$$P_{Mie\ Kober}(x,y) = 0.86xy - 0.09x - 0.77y + 3.91$$

$$\frac{\partial P_{Mie\ Kober}}{\partial x} = 0.86y - 0.09$$

$$\frac{\partial P_{Mie\ Kober}}{\partial x} = 0 \Leftrightarrow 0.86y - 0.09 = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad 0.86y = 0.09$$

$$\Leftrightarrow \quad y = \frac{0.09}{0.86} = 0.1046$$

$$\Leftrightarrow \quad 1 - y = 0.8954$$

Untuk $P_{Mie\ Setan}(x,y)$, dengan $0 \le x \le 1$ diperoleh pada saat $\frac{\partial P_{Mie\ Setan}}{\partial x} = 0$.

$$P_{Mie\ Setan}(x,y) = 0.73xy - 0.23x - 0.45y + 3.68$$

$$\frac{\partial P_{Mie\ Setan}}{\partial y} = 0.73x - 0.45$$

$$\frac{\partial P_{Mie\ Setan}}{\partial y} = 0 \Leftrightarrow 0.73x - 0.45 = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad 0.73x = 0.45$$

$$\Leftrightarrow \quad x = \frac{0.45}{0.73} = 0.6164$$

$$\Leftrightarrow \quad 1 - x = 0.3836$$

Berdasarkan perhitungan tersebut, maka didapat nilai keseimbangan Nash.

$X^* = (0.6164; 0.3836)$

$Y^* = (0.1046; 0.8954)$

Selanjutnya, dengan substitusi nilai $x$ dan $y$ pada $P_{Mie\ Kober}(x,y)$ maka didapat nilai ekspektasi *payoff* bagi Kedai A dan substitusi nilai $x$ dan $y$ pada $P_{Mie\ Setan}(x,y)$ maka didapat nilai ekspektasi *payoff* bagi Kedai C.

$$
\begin{aligned}
P_{Mie\ Kober}(x,y) &= 0.86xy - 0.09x - 0.77y + 3.91\\
&= 0.86(0.1046)(0.8954) - 0.09(0.1046)\\
&\quad - 0.77(0.8954) + 3.91\\
&= 3.2917
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
P_{Mie\ Setan}(x,y) &= 0.73xy - 0.23x - 0.45y + 3.68\\
&= 0.73(0.6164)(0.3836) - 0.23(0.6164)\\
&\quad -0.45(0.3836) + 3.68\\
&= 3.5382
\end{aligned}
$$

Dari hasil nilai keseimbangan Nash terlihat bahwa strategi optimal bagi kedai A adalah strategi *d* yaitu waktu kedatangan menu yang dipesan, dan strategi optimal bagi kedai C adalah strategi *p* yaitu memiliki varian menu. Diperoleh nilai ekspektasi *payoff* kedai A sebesar 3,2917 dan kedai C sebesar 3,5382.

### 4.4.2 Keseimbangan Nash antara Kedai A dan Kedai B

**a. Penyelesaian dengan Metode Dominasi**

Untuk dapat menyelesaikan matriks permainan maka matriks *payoff* yang berukuran 5 × 5 direduksi menjadi matriks *payoff* berukuran 2 × 2 dengan metode dominasi sebagai berikut.

- Iterasi 1 (eliminasi baris)

Dalam mengeliminasi strategi kedai A maka melihat strategi kedai B. Jika kedai B memainkan strategi *p*, maka strategi *c* yang optimal pada kedai A. Jika kedai B memainkan strategi *q* maka, strategi *e* yang optimal pada kedai A. Jika kedai B memainkan strategi *r* maka, strategi *d* yang optimal pada kedai A. Jika kedai B memainkan strategi *s*, maka straegi *a* yang optimal pada kedai A. Jika kedai B memainakan strategi *t*, maka strategi *c* yang optimal pada kedai A. Karena strategi *b* didominasi oleh strategi *a*, *c*, dan *e*, maka strategi *b* dapat dieliminasi.

Kedai B

$$
\text{Kedai A}\quad
\begin{array}{c}
\\ a \\ \cancel{b} \\ c \\ d \\ e
\end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{ccccc}
p & q & r & s & t
\end{array}
\\
\begin{bmatrix}
3.43; 4.03 & 3.8; 3.97 & 3.33; 3.6 & 3.67; 3.27 & 3.73; 3.87 \\
\cancel{3.63; 4.03} & \cancel{3.67; 3.83} & \cancel{3.63; 3.67} & \cancel{3.57; 3.27} & \cancel{3.73; 4} \\
3.9; 3.8 & 3.5; 3.8 & 3.5; 3.7 & 3.4; 3.33 & 3.87; 4 \\
3.23; 3.87 & 3.17; 3.83 & 3.87; 3.6 & 3.2; 4.03 & 3.17; 3.47 \\
3.87; 3.87 & 3.87; 4.13 & 3.8; 3.57 & 3.6; 3.4 & 3.53; 3.87
\end{bmatrix}
\end{array}
$$

- Iterasi 2 (eliminasi kolom)

Untuk dapat mengeliminasi strategi kedai B, maka dilakukan dengan melihat strategi kedai A. Jika kedai A memainkan strategi *a*, maka strategi *p* yang optimal pada kedai B. Jika Kedai A memainkan strategi *c*, maka strategi *t* yang optimal pada kedai B. Jika kedai A memainkan strategi *d*, maka strategi *s* yang optimal pada kedai B. Jika kedai A memainkan strategi *e*, maka strategi *q* yang optimal pada kedai B. Karena strategi *r* didominasi oleh *p*, *q*, *s*, dan *t*, maka strategi *r* dapat dieliminasi.

Kedai B

$$
\text{Kedai A}\quad
\begin{array}{c}
\\ a \\ c \\ d \\ e
\end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{ccccc}
p & q & \cancel{r} & s & t
\end{array}
\\
\begin{bmatrix}
3.43; 4.03 & 3.8; 3.97 & \cancel{3.33; 3.6} & 3.67; 3.27 & 3.73; 3.87 \\
3.9; 3.8 & 3.5; 3.8 & \cancel{3.5; 3.7} & 3.4; 3.33 & 3.87; 4 \\
3.23; 3.87 & 3.17; 3.83 & \cancel{3.87; 3.6} & 3.2; 4.03 & 3.17; 3.47 \\
3.87; 3.87 & 3.87; 4.13 & \cancel{3.8; 3.57} & 3.6; 3.4 & 3.53; 3.87
\end{bmatrix}
\end{array}
$$

- Iterasi 3 (eliminasi baris)

Untuk dapat mengeliminasi strategi kedai A, maka dilakukan dengan melihat strategi kedai B. Jika kedai B memainkan strategi *p*, maka strategi *c* yang optimal pada kedai A. Jika kedai B memainkan strategi *q*, maka strategi *e* yang optimal pada kedai A. Jika kedai B memainkan strategi *s*, maka strategi *a* yang optimal pada kedai A. Jika kedai B memainkan strategi *t*, maka strategi *c* yang optimal pada kedai A. Karena strategi *d* didominasi oleh *a*, *c*, dan *e*, maka strategi *d* dapat dieliminasi.

$$
\begin{array}{cc}
 & \text{Kedai B} \\
\begin{array}{c}\text{Kedai}\\ \text{A}\end{array} &
\begin{array}{c|cccc}
 & p & q & \cancel{s}\ s & t \\
\hline
a & 3.43;4.03 & 3.8;3.97 & 3.67;3.27 & 3.73;3.87 \\
c & 3.9;3.8 & 3.5;3.8 & 3.4;3.33 & 3.87;4 \\
\cancel{d} & \cancel{3.23;3.87} & \cancel{3.17;3.83} & \cancel{3.2;4.03} & \cancel{3.17;3.47} \\
e & 3.87;3.87 & 3.87;4.13 & 3.6;3.4 & 3.53;3.87
\end{array}
\end{array}
$$

- Iterasi 4 (eliminasi kolom)

Untuk dapat mengeliminasi strategi kedai B, maka dilakukan dengan melihat strategi kedai A. Jika kedai A memainkan strategi *a*, maka strategi *p* yang optimal pada kedai B. Jika kedai A memainkan strategi *c*, maka strategi *t* yang optimal pada kedai B. Jika kedai A memainkan strategi *e*, maka strategi *q* yang optimal pada kedai B. Karena strategi *s* didominasi oleh *p*, *q*, dan *t*, maka strategi *s* dapat dieliminasi.

$$
\begin{array}{cc}
 & \text{Kedai B} \\
\begin{array}{c}\text{Kedai}\\ \text{A}\end{array} &
\begin{array}{c|cccc}
 & p & q & \cancel{s} & t \\
\hline
a & 3.43;4.03 & 3.8;3.97 & \cancel{3.67;3.27} & 3.73;3.87 \\
c & 3.9;3.8 & 3.5;3.8 & \cancel{3.4;3.33} & 3.87;4 \\
e & 3.87;3.87 & 3.87;4.13 & \cancel{3.6;3.4} & 3.53;3.87
\end{array}
\end{array}
$$

- Iterasi 5 (eliminasi baris)

Untuk dapat mengeliminasi strategi kedai A, maka dilakukan dengan melihat strategi kedai B. Jika kedai B memainkan strategi *p*, maka strategi *c* yang optimal pada kedai A. Jika kedai B memainkan strategi *q*, maka strategi *e* yang optimal pada kedai A. Jika kedai B memainkan strategi *t*, maka strategi *c* yang optimal pada kedai A. Karena strategi *a* didominasi oleh *c* dan *e*, maka strategi *a* dapat dieliminasi.

$$
\begin{array}{cc}
 & \text{Kedai B} \\
\text{Kedai A} &
\begin{array}{c|ccc}
 & p & q & t \\
\hline
\cancel{a} & \cancel{3.43;4.03} & \cancel{3.8;3.97} & \cancel{3.73;3.87} \\
c & 3.9;3.8 & 3.5;3.8 & 3.87;4 \\
e & 3.87;3.87 & 3.87;4.13 & 3.53;3.87
\end{array}
\end{array}
$$

- Iterasi 6 (eliminasi kolom)

Untuk dapat mengelimanasi strategi kedai B, maka dilakukan dengan melihat strategi kedai A. Jika kedai A memainkan strategi *c*, maka strategi *t* yang optimal pada kedai B. Jika kedai A memainkan strategi *e*, maka strategi *q* yang optimal pada kedai B. Karena strategi *p* didominasi oleh *q* dan *t* maka strategi *p* dapat dieliminasi.

$$\text{Kedai A}\quad \begin{array}{c c} & \text{Kedai B} \\ & \begin{array}{ccc} \cancel{p} & q & t \end{array} \\ \begin{array}{c} c \\ e \end{array} & \begin{bmatrix} \cancel{3.9;3.8} & 3.5;3.8 & 3.87;4 \\ \cancel{3.87;3.87} & 3.87;4.13 & 3.53;3.87 \end{bmatrix} \end{array}$$

Sehingga, matriks *payoff* berukuran 2 × 2 sebagai berikut.

$$\text{Kedai A}\quad \begin{array}{c c} & \text{Kedai B} \\ & \begin{array}{cc} q & t \end{array} \\ \begin{array}{c} c \\ e \end{array} & \begin{bmatrix} 3.5;3.8 & 3.87;4 \\ 3.87;4.13 & 3.53;3.87 \end{bmatrix} \end{array}$$

**b. Penentuan Nilai Keseimbangan Nash dan Strategi Optimal**

Setelah terbentuk matriks *payoff* berukuran 2 × 2 melalui metode dominasi, selanjutnya akan ditentukan strategi optimal dari permainan kedai A dan kedai B. Jika kedai A memilih strategi *c*, maka strategi *t* yang optimal untuk kedai B. Jika kedai A memilih strategi *e*, maka strategi *q* yang optimal untuk kedai B. Jika kedai B memilih strategi *q*, maka strategi *e* yang optimal untuk kedai A. Jika kedai B memilih strategi *t* maka, strategi *c* yang optimal untuk kedai A

$$\text{Kedai A}\quad \begin{array}{c c} & \text{Kedai B} \\ & \begin{array}{cc} q & t \end{array} \\ \begin{array}{c} c \\ e \end{array} & \begin{bmatrix} 3.5;3.8 & 3.87;4 \\ 3.87;4.13 & 3.53;3.87 \end{bmatrix} \end{array}$$

Karena pada matriks *payoff* tidak memiliki nilai keseimbangan Nash maka digunakan keseimbangan Nash campuran untuk mendapatkan strategi optimal. Kedai A sebagai pemain pertama memiliki strategi *c* dan *e*, sedangkan kedai B sebagai pemain kedua memiliki strategi *q* dan *t*. Dimisalkan;

$c = x$

$e = 1 - x$

$X = (x, 1 - x)$ adalah peluang strategi campuran bagi kedai A.

$q = y$

$t = 1 - y$

$Y = (y, 1 - y)$ adalah peluang strategi campuran bagi kedai B.

Untuk menghitung ekspektasi *payoff* masing-masing pemain dapat dilakukan dengan melihat distribusi probabilitas pada Tabel 4.1. Perhitungan dilakukan sendiri-sendiri untuk pemain pertama dan kedua, sehingga matriks *payoff* harus dipisah antara pemain pertama dan kedua. Tabel 4.9 dan Tabel 4.10 berturut-turut adalah distribusi probabilitas untuk Kedai A dan Kedai B.

**Tabel 4.9** Probabilitas Hasil Permainan untuk Kedai A dalam Permainan Kedai A dan Kedai B

| | | $q$ | $t$ |
|---|---|---|---|
| | | $y$ | $(1-y)$ |
| $c$ | $x$ | 3.5 | 3.87 |
| $e$ | $(1-x)$ | 3.87 | 3.53 |

**Tabel 4.10** Probabilitas Hasil Permainan untuk Kedai B dalam Permainan Kedai A dan Kedai B

| | | $q$ | $t$ |
|---|---|---|---|
| | | $y$ | $(1-y)$ |
| $c$ | $x$ | 3.8 | 4 |
| $e$ | $(1-x)$ | 4.13 | 3.87 |

Dari Tabel 4.9 dan Tabel 4.10 dapat dilihat bahwa ekspektasi *payoff* kedua pemain adalah:

$$\begin{aligned} P_{Mie\ Kober}(x,y) &= x\big(3.5y + 3.87(1-y)\big) + (1-x)(3.87y + 3.53(1-y)) \\ &= x(-0.37y + 3.87) + (1-x)(0.34y + 3.53) \\ &= -0.71xy + 0.34x + 0.34y + 3.53 \end{aligned}$$

$$P_{Mie\ Gacoan}(x,y) = x\big(3.8y + 4(1-y)\big) + (1-x)(4.13y + 3.87(1-y))$$

$$= x(-0.2y + 4) + (1 - x)(0.26y + 3.87)$$
$$= -0.46xy + 0.13x + 0.26y + 3.87$$

Nilai *payoff* maksimum Kedai A dan Kedai B dapat dicari dengan turunan parsial.

Untuk $P_{Mie\ Kober}(x, y)$, dengan $0 \leq y \leq 1$ diperoleh pada saat $\frac{\partial P_{Mie\ Kober}}{\partial x} = 0$.

$$P_{Mie\ Kober}(x, y) = -0.71xy + 0.34x + 0.34y + 3.53$$
$$\frac{\partial P_{Mie\ Kober}}{\partial x} = -0.71y + 0.34$$
$$\frac{\partial P_{Mie\ Kober}}{\partial x} = 0 \Leftrightarrow -0.71y + 0.34 = 0$$
$$\Leftrightarrow \quad -0.71y = -0.34$$
$$\Leftrightarrow \quad y = \frac{0.34}{0.71} = 0.4789$$
$$\Leftrightarrow \quad 1 - y = 0.5211$$

Untuk $P_{Mie\ Gacoan}(x, y)$, dengan $0 \leq x \leq 1$ diperoleh pada saat $\frac{\partial P_{Mie\ Gacoan}}{\partial x} = 0$.

$$P_{Mie\ Gacoan}(x, y) = -0.46xy + 0.13x + 0.26y + 3.87$$
$$\frac{\partial P_{Mie\ Gacoan}}{\partial y} = -0.46x + 0.26$$
$$\frac{\partial P_{Mie\ Gacoan}}{\partial y} = 0 \Leftrightarrow -0.46x + 0.26 = 0$$
$$\Leftrightarrow \quad -0.46x = -0.26$$
$$\Leftrightarrow \quad x = \frac{0.26}{0.46} = 0.5652$$
$$\Leftrightarrow \quad 1 - x = 0.4348$$

Berdasarkan perhitungan tersebut, maka didapat nilai keseimbangan Nash.

$X^* = (0.5652; 0.4348)$

$Y^* = (0.4789; 0.5211)$

Selanjutnya, dengan substitusi nilai $x$ dan $y$ pada $P_{Mie\ Kober}(x, y)$ maka didapat nilai ekspektasi *payoff* bagi kedai A dan substitusi nilai $x$ dan $y$ pada $P_{Mie\ Gacoan}(x, y)$ maka didapat nilai ekspektasi *payoff* bagi kedai B.

$$\begin{aligned} P_{Mie\ Kober}(x, y) &= -0.71xy + 0.34x + 0.34y + 3.53 \\ &= -0.71(0.4789)(0.5211) + 0.34(0.4789) \\ &\quad + 0.34(0.5211) + 3.53 \\ &= 3.6891 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{Mie\ Gacoan}(x, y) &= -0.46xy + 0.13x + 0.26y + 3.87 \\ &= -0.46(0.5652)(0.4348) + 0.13(0.5652) \\ &\quad + 0.26(0.4348) + 3.87 \\ &= 3.9435 \end{aligned}$$

Dari hasil nilai keseimbangan Nash terlihat bahwa strategi optimal bagi kedai A adalah strategi *e* yaitu memiliki harga yang disajikan dan strategi optimal bagi kedai B adalah *q* yaitu memiliki fasilitas yang memadai.

### 4.4.3 Keseimbangan Nash antara Kedai B dan Kedai C

**a. Penyelesaian dengan Metode Dominasi**

Untuk dapat menyelesaikan matriks permainan maka matriks *payoff* yang berukuran 5 × 5 direduksi menjadi matriks *payoff* berukuran 2 × 2 dengan metode dominasi sebagai berikut.

- Iterasi 1 (eliminasi baris)

Dalam mengeliminasi strategi kedai B maka melihat strategi kedai C. Jika kedai C memainkan strategi *p*, maka strategi *a* yang optimal pada kedai B. Jika kedai C memainkan strategi *q* maka, strategi *c* yang optimal pada kedai B. Jika kedai C memainkan strategi *r* maka, strategi *a* yang optimal pada kedai B. Jika kedai C memainkan strategi *s*, maka straegi *b* yang optimal pada kedai B. Jika kedai C memainakan strategi *t*, maka strategi *d* yang optimal pada kedai B. Karena strategi *e* didominasi oleh strategi *a*, *b*, *c*, dan *d*, maka strategi *e* dapat dieliminasi.

Kedai C

$$\begin{array}{ccc} & & \begin{array}{ccccc} p & q & r & s & t \end{array} \\ \text{Kedai B} & \begin{array}{c} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{array} & \begin{bmatrix} 4.31; 3.93 & 3.79; 3.86 & 4.17; 3.52 & 3.48; 3.52 & 4.14; 3.83 \\ 4.03; 3.83 & 3.96; 4.03 & 3.96; 3.62 & 4.14; 3.62 & 3.9; 3.72 \\ 3.83; 3.83 & 4.24; 3.93 & 3.76; 3.65 & 3.72; 3.62 & 3.79; 3.96 \\ 3.45; 3.83 & 3.45; 3.62 & 3.45; 4.03 & 4; 3.65 & 4.17; 3.83 \\ \cancel{4.03; 3.76} & \cancel{4.03; 4.03} & \cancel{3.83; 3.55} & \cancel{4; 3.59} & \cancel{3.41; 3.62} \end{bmatrix} \end{array}$$

- Iterasi 2 (eliminasi kolom)

Untuk dapat mengelimanasi strategi kedai C, maka dilakukan dengan melihat strategi kedai B. Jika kedai B memainkan strategi *a*, maka strategi *p* yang optimal pada kedai C. Jika kedai B memainkan strategi *b*, maka strategi *q* yang optimal pada kedai C. Jika kedai B memainkan strategi *c*, maka strategi *t* yang optimal pada kedai C. Jika kedai B memainkan strategi *d*, maka strategi *r* yang optimal pada kedai C. Karena strategi *s* didominasi oleh *p*, *q*, *r*, dan *t* maka strategi *s* dapat dieliminasi.

Kedai C

$$\begin{array}{ccc} & & \begin{array}{ccccc} p & q & r & \cancel{s} & t \end{array} \\ \text{Kedai B} & \begin{array}{c} a \\ b \\ c \\ d \end{array} & \begin{bmatrix} 4.31; 3.93 & 3.79; 3.86 & 4.17; 3.52 & \cancel{3.48; 3.52} & 4.14; 3.83 \\ 4.03; 3.83 & 3.96; 4.03 & 3.96; 3.62 & \cancel{4.14; 3.62} & 3.9; 3.72 \\ 3.83; 3.83 & 4.24; 3.93 & 3.76; 3.65 & \cancel{3.72; 3.62} & 3.79; 3.96 \\ 3.45; 3.83 & 3.45; 3.62 & 3.45; 4.03 & \cancel{4; 3.65} & 4.17; 3.83 \end{bmatrix} \end{array}$$

- Iterasi 3 (eliminasi baris)

Untuk dapat mengeliminasi strategi kedai B maka melihat strategi kedai C. Jika kedai C memainkan strategi *p*, maka strategi *a* yang optimal pada kedai B. Jika kedai C memainkan strategi *q* maka, strategi *c* yang optimal pada kedai B. Jika kedai C memainkan strategi *r* maka, strategi *a* yang optimal pada kedai B. Jika kedai C memainakan strategi *t*, maka strategi *d* yang optimal pada kedai B. Karena strategi *b* didominasi oleh strategi *a*, *c*, dan *d*, maka strategi *b* dapat dieliminasi.

$$
\begin{array}{cc}
 & \text{Kedai C} \\
\begin{array}{c}\text{Kedai} \\ \text{B}\end{array} &
\begin{array}{c|cccc}
 & p & q & r & t \\
\hline
a & 4.31; 3.93 & 3.79; 3.86 & 4.17; 3.52 & 4.14; 3.83 \\
\cancel{b} & \cancel{4.03; 3.83} & \cancel{3.96; 4.03} & \cancel{3.96; 3.62} & \cancel{3.9; 3.72} \\
c & 3.83; 3.83 & 4.24; 3.93 & 3.76; 3.65 & 3.79; 3.96 \\
d & 3.45; 3.83 & 3.45; 3.62 & 3.45; 4.03 & 4.17; 3.83
\end{array}
\end{array}
$$

- Iterasi 4 (eliminasi kolom)

Untuk dapat mengeliminasi strategi kedai C, maka dilakukan dengan melihat strategi kedai B. Jika kedai B memainkan strategi *a*, maka strategi *p* yang optimal pada kedai C. Jika kedai B memainkan strategi *c*, maka strategi *t* yang optimal pada kedai C. Jika kedai B memainkan strategi *d*, maka strategi *r* yang optimal pada kedai C. Karena strategi *q* didominasi oleh *p*, *r*, dan *t* maka strategi *q* dapat dieliminasi.

$$
\begin{array}{cc}
 & \text{Kedai C} \\
\begin{array}{c}\text{Kedai} \\ \text{B}\end{array} &
\begin{array}{c|cccc}
 & p & \cancel{q} & r & t \\
\hline
a & 4.31; 3.93 & \cancel{3.79; 3.86} & 4.17; 3.52 & 4.14; 3.83 \\
c & 3.83; 3.83 & \cancel{4.24; 3.93} & 3.76; 3.65 & 3.79; 3.96 \\
d & 3.45; 3.83 & \cancel{3.45; 3.62} & 3.45; 4.03 & 4.17; 3.83
\end{array}
\end{array}
$$

- Iterasi 5 (eliminasi baris)

Untuk dapat mengeliminasi strategi kedai B maka melihat strategi kedai C. Jika kedai C memainkan strategi *p*, maka strategi *a* yang optimal pada kedai B. Jika kedai C memainkan strategi *r* maka, strategi *a* yang optimal pada kedai B. Jika kedai C memainakan strategi *t*, maka strategi *d* yang optimal pada kedai B. Karena strategi *c* didominasi oleh strategi *a* dan *d*, maka strategi *c* dapat dieliminasi.

$$
\begin{array}{cc}
 & \text{Kedai C} \\
\begin{array}{c}\text{Kedai} \\ \text{B}\end{array} &
\begin{array}{c|ccc}
 & p & r & t \\
\hline
a & 4.31; 3.93 & 4.17; 3.52 & 4.14; 3.83 \\
\cancel{c} & \cancel{3.83; 3.83} & \cancel{3.76; 3.65} & \cancel{3.79; 3.96} \\
d & 3.45; 3.83 & 3.45; 4.03 & 4.17; 3.83
\end{array}
\end{array}
$$

- Iterasi 6 (eliminasi baris)

Untuk dapat mengeliminasi strategi kedai C, maka dilakukan dengan melihat strategi kedai B. Jika kedai B memainkan strategi *a*, maka strategi *p* yang optimal pada kedai C. Jika kedai B memainkan strategi *d*, maka strategi *r* yang optimal pada kedai C. Karena strategi *t* didominasi oleh *p* dan *r*, maka strategi *t* dapat dieliminasi.

$$
\begin{array}{cc}
 & \text{Kedai C} \\
 & \begin{array}{ccc} \quad p & \quad\quad r & \quad\quad \cancel{t} \end{array} \\
\text{Kedai B} & \begin{array}{c} a \\ d \end{array}\begin{bmatrix} 4.31; \boxed{3.93} & 4.17; 3.52 & \cancel{4.14; 3.83} \\ 3.45; 3.83 & 3.45; \boxed{4.03} & \cancel{4.17; 3.83} \end{bmatrix}
\end{array}
$$

Sehingga, matriks *payoff* berukuran 2 × 2 sebagai berikut.

$$
\begin{array}{cc}
 & \text{Kedai C} \\
 & \begin{array}{cc} \quad p & \quad\quad r \end{array} \\
\text{Kedai B} & \begin{array}{c} a \\ d \end{array}\begin{bmatrix} 4.31; 3.93 & 4.17; 3.52 \\ 3.45; 3.83 & 3.45; 4.03 \end{bmatrix}
\end{array}
$$

**b. Penentuan Nilai Keseimbangan Nash dan Strategi Optimal**

Setelah terbentuk matriks *payoff* berukuran 2 × 2 melalui metode dominasi, selanjutnya akan ditentukan strategi optimal dari permainan kedai B dan kedai C. Jika kedai B memilih strategi *a*, maka strategi *p* yang optimal untuk kedai C. Jika Kedai B memilih strategi *d*, maka strategi *r* yang optimal untuk kedai C. Jika kedai C memilih strategi *p*, maka strategi *a* yang optimal untuk kedai B. Jika kedai C memilih strategi *r*, maka strategi *a* yang optimal untuk kedai B.

$$
\begin{array}{cc}
 & \text{Kedai C} \\
 & \begin{array}{cc} \quad p & \quad\quad r \end{array} \\
\text{Kedai B} & \begin{array}{c} a \\ d \end{array}\begin{bmatrix} \boxed{4.31}; \boxed{3.93} & \boxed{4.17}; 3.52 \\ 3.45; 3.83 & 3.45; \boxed{4.03} \end{bmatrix}
\end{array}
$$

Strategi optimal dari hasil tersebut adalah (*a*,*p*) dengan nilai keseimbangan Nash adalah (4.31; 3.93) dengan nilai *payoff* untuk kedai B adalah 4.31 dan nilai *payoff* untuk kedai C adalah 3.93. Dimana strategi optimal bagi kedai B adalah strategi *a* yaitu memiliki varian menu dan strategi optimal bagi kedai C adalah strategi *p* yaitu memiliki varian men

# BAB V
# KESIMPULAN DAN SARAN

## 5.1 Kesimpulan

Berdasarkan tujuan pembahasan skripsi ini, dapat diambil kesimpulan sebagai berikut.

a. Kedai A dan Kedai C

Pada pasangan matriks *payoff* antara kedai A (Mie Kober) dan kedai C (Mie Setan) diperoleh strategi optimal masing-masng pemain yaitu:

- untuk kedai A (Mie Kober) adalah waktu kedatangan menu yang dipesan.
- untuk kedai C (Mie Setan) adalah memiliki varian menu.

b. Kedai A dan Kedai B

Pada pasangan matriks *payoff* antara kedai A (Mie Kober) dan kedai B (Mie Gacoan) diperoleh strategi optimal masing-masig pemain yaitu:

- untuk kedai A (Mie Kober) adalah harga yang disajikan.
- untuk kedai B (Mie Gacoan) adalah memiliki fasilitas yang memadai.

c. Kedai B dan Kedai C

Pada pasangan matriks *payoff* antara kedai B (Mie Gacoan) dan kedai C (Mie Setan) diperoleh strategi optimal masing-masing pemain yaitu:

- untuk kedai B (Mie Gacaon) adalah memiliki varian menu.
- untuk kedai C (Mie Setan) adalah memiliki varian menu.

## 5.2 Saran

Skripsi ini membahas tentang aplikasi teori permainan dengan metode Keseimbangan Nash dengan bantuan *software* R. Pada penelitian selanjutnya disarankan untuk mengembangkan penggunaan *software* R pada metode lain misalnya metode Simpleks dan menggabungkan dengan metode Rantai Markov untuk dapat mengetahui pergeseran konsumen.

# DAFTAR PUSTAKA


Ardhiany, C. 2017. *Aplikasi Teori Permainan Pada Optimalisasi Strategi Ritel Modern Di Sekitar Kampus Dengan Metode Simpleks*. Skripsi Universitas Brawijaya Malang.

Astawan, M. 2004. Tetap Sehat Dengan Produk Makanan Olahan. Suakarta: Tiga Serangkai.

Badrudin, C. 1994. Modifikasi Tepung Ubi Kayu (Manihot esculenta Crantz) sebagai Bahan Pembuat Mie Kering. (Skripsi). Fakultas Teknologi Pertanian,Institut Pertanian Bogor. Bogor.

Burhan Bungin, Metode Penelitian Kuantitatif, Jakarta: Kencana, 2006 , hlm. 119

Duffy, J. 2015. *Game Theory and Nash Equilibrium*. Ontario: Lakehead University.

Dumairy. 1999. *Matematika Terapan untuk Bisnis dan Ekonomi*. Yogyakarta: BPFE.

Fatchiyah, N. 2011. *Aplikasi Matriks Dalam Teori Permainan Untuk Menentukan Strategi Pemasaran*, Skripsi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim, Malang.

Ghadle, K.P. dan T.S. Pawar. 2014. Game Theory Problems by An Alternative Simplex Method. *International Journal of Research in Engineering and Technology*. 3: 900-905.

Gillet, B.L. 1976. *Introduction to Operation Research: A Computer Oriented Algorithmic Approach*. New York: McGraw-Hill Inc.

Harrington, J. 2009. *Games, Strategies, and Decision Making*. New York: Worth Publisher.

Misbahuddin dan Hasan, I. 2013. *Analisis Data Penelitian dengan Statistik*, Bumi Aksara, Jakarta

Mosteller, Frederick, Robert E. K. Rourke dan George B. Thomas Jr. 1988. *Peluang dengan Statistika Terapannya*. Bandung: ITB Bandung.

Mulyono, S. 2007. *Riset Operasi*, Lembaga Penerbit Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia, Jakarta.

Murthy, P. R. 2007. *Operation Research, Second Edition*. New Delhi: New Age International Publisher.

Murthy, P.R. 2007. *Operation Research, Second Edition*. New Delhi: New Age International Publisher.

Osborne, M. J. 2000. *An Introduction to Game Theory*. New York: Oxford University Press.

Puspasari. 2007. Aplikasi Teknologi dan Bahan Tambahan Pangan untuk Meningkatkan Umur Simpan Mie Basah Matang. Skripsi. Institut Pertanian Bogor. Bogor.

Riduwan. 2005. *Belajar Mudah Penelitian untuk Guru, Karyawan, dan Peneliti Pemula*. Bandung: Alfabeta.

Siagian, P. 1987. *Penelitian Operasional, Teori dan Praktek*. Jakarta: Universitas Indonesia (UI-Press).

Soekartawi. 1992. *Linear Programming*. Jakarta: Rajawali Pers.

Straffin, P. D. 1993. *Game Theory and Strategy*. Washington : The Mathematical Association of America.

Subagyo, P., Marwan Asri dan T.H. Handoko. 1990. *Dasar-Dasar Operation Research*. Yogyakarta: BPFE.

Sumarsono, H.M.S. 2004. *Metode Riset Sumber Daya Manusia*. Yogyakarta: Graha Ilmu.

Taha, H. A. 1997. *Riset Operasi, Jilid 2*. Jakarta: Binarupa Aksara.

Wahyudi, D. 2010. *Penerapan Algoritma Brown dalam Penentuan Strategi Optimal pada Teori Permainan*. Skripsi. Universitas Brawijaya. Malang.

Wijaya, A. 2013. *Pengantar Riset Operasi, Edisi 3*. Jakarta: Mitra Wacana Media.